

UNIVERZITET CRNE GORE
FILOZOFSKI FAKULTET – NIKŠIĆ
Master studije za obrazovanje učitelja



Esmeralda Radonjić
RJEŠAVANJE PROBLEMSKIH ZADATAKA U
POČETNOJ NASTAVI MATEMATIKE

Master rad

Nikšić, 2023. godine

UNIVERZITET CRNE GORE
FILOZOFSKI FAKULTET – NIKŠIĆ
Master studije za obrazovanje učitelja



Esmeralda Radonjić
RJEŠAVANJE PROBLEMSKIH ZADATAKA U
POČETNOJ NASTAVI MATEMATIKE

Master rad

Nikšić, 2023. godine

UNIVERZITET CRNE GORE
FILOZOFSKI FAKULTET - NIKŠIĆ
Master studije za obrazovanje učitelja



**RJEŠAVANJE PROBLEMSKIH ZADATAKA U POČETNOJ
NASTAVI MATEMATIKE**

Master rad

Mentor: prof. dr Veselin Mićanović

Student: Esmeralda Radonjić

Br. indeksa: 782/22

Nikšić, 2023. godine

PODACI I INFORMACIJE O MAGISTRANDU

PODACI I INFORMACIJE O STUDENTU

Ime i prezime: Esmeralda Radonjić

Datum i mjesto rođenja: 18. 07. 1989. godine, Bijelo Polje

Naziv završenog osnovnog studijskog programa: Studijski program za obrazovanje učitelja

Godina diplomiranja: 2012. godina

INFORMACIJE O MASTER RADU

Naziv master studija: Master integrisane studije za obrazovanje učitelja

Naslov rada: Rješavanje problemskih zadataka u početnoj nastavi matematike

Fakultet na kojem je rad odbranjen:

UDK, OCJENA I OBRANA MASTER RADA

Datum prijave master rada:

Datum sjednice Vijeća na kojoj je prihvaćena tema: 25. 11. 2022.

Mentor: prof. dr Veselin Mićanović

Komisija za ocjenu rada: prof. dr Veselin Mićanović, prof. dr Marijan Marković, prof. dr Nada Šakotić

Lektor: Olga Sarić, profesor srpskog jezika i književnosti

Datum odbrane:

Datum promocije:

SADRŽAJ

UVOD.....	9
I TEORIJSKI PRISTUP PROBLEMU.....	11
1. Problemska nastava i njena suština.....	11
1.2. Definisanje osnovnih pojmova.....	13
1.3. Faze u rješavanju problemskih zadataka.....	15
1.4. Efekti u rješavanju problemskih zadataka.....	19
1.5. Dosadašnja istraživanja.....	20
2. ZAHTJEVI KOJI SE POSTAVLJAJU PRED UČENIKE PRILIKOM RJEŠAVANJA PROBLEMSKIH ZADATAKA.....	23
2.1. Dimenzije problemske nastave.....	24
2.2. Pozitivni efekti problemske nastave.....	25
2.3. Razlika između problemske i tradicionalne nastave.....	26
3. ORGANIZACIJA PROBLEMSKE NASTAVE U POČETNOJ NASTAVI MATEMATIKE.....	27
3.1. Problemski zada.....	28
3.2. Kada je jedan zadatak problem?.....	29
4. METODIČKI PRISTUP RJEŠAVANJU PROBLEMSKIH ZADATAKA U NASTAVI MATEMATIKE.....	30
4.1. Etape u rješavanju problema u osnovnoj školi.....	30
4.2. Čas problemske nastave.....	31
4.3. Primjeri mogućeg rješavanja problemskih zadataka u početnoj nastavi matematike.....	32
5. PISANA PRIPREMA.....	36
5.1. Primjer pripreme jednog časa rješavanja problemskih zadataka.....	37
II METODOLOŠKA ISTRAŽIVANJA.....	46
1. Problem i predmet istraživanja.....	46
2. Cilj i zadaci istraživanja.....	47
3. Istraživačke hipoteze.....	48
4. Definisanje varijabli.....	49
5. Metodički pristup.....	50
6. Karakter i značaj istraživanja.....	50
7. Uzorak i populacija.....	50
8. Metode, tehnike i instrumenti.....	51

9. Preliminarno (sondažno) istraživanje.....	52
10. Organizacija i tok istraživanja.....	52
11. Statistička obrada podataka.....	52
III OBRADA, INTERPRETACIJA I DISKUSIJA DOBIJENIH REZULTATA.....	53
1. Rezultati istraživanja.....	53
2. Planiranje nastavnih sadržaja na problemski način.....	56
3. Pripremanje učitelja za realizaciju problemske nastave.....	58
4. Organizovanje etapnog rješavanja problemskih zadataka.....	62
5. Evaluacija nakon časa primjene rješavanja problemskih zadataka	64
6. Mišljenje ispitanih učitelja i učiteljica o mogućim aktivnostima učenika tokom rješavanja problemskih zadataka.....	66
7. Analiza dobijenih rezultata od strane učenika	68
IV ZAKLJUČAK.....	82
V LITERATURA.....	84
PRILOZI.....	88

REZIME

Istraživanje je realizovano na uzorku od 150 učitelja/učiteljica i 200 učenika/učenica tj. po tri odeljenja prvog, drugog i trećeg razreda osnovne škole, iz sve tri crnogorske regije.

Cilj istraživanja je bio da se utvrdi u kojoj mjeri učitelji planiraju i realizuju rješavanje problemskih zadataka u početnoj nastavi matematike, te na osnovu toga uporediti dobijene rezultate sa rezultatima uspješnog rješavanja problemskih zadataka od strane učenika.

U istraživanju je primijenjen anonimni anketni upitnik kao instrument za dobijanje podataka od učitelja/učiteljica i anonimni nastavni listić, uz pomoć kojega je izvršena provjera uspješnog rješavanja problemskih zadataka učenika prvog, drugog i trećeg razreda.

Dobijeni rezultati su statistički obrađeni i interpretirani u radu, a izvršena je i njihova diskusija. Rezultati istraživanja pokazuju da učitelji/učiteljice planiraju i realizuju rješavanje problemskih zadataka u početnoj nastavi matematike i da učenici uspješno rješavaju problemske zadatke.

Ključne riječi: problem, problemska situacija, nastava, problemska nastava i matematika.

ABSTRACT

The research was conducted on a sample of 150 teachers and 200 students, i.e. three classes each of the first, second, and third grade students of elementary school, from all three Montenegrin regions.

The research aimed to determine the extent to which teachers plan and implement the solving of problem tasks in elementary mathematics classes, and based on that, compare the obtained results with the results of successful solving of problem tasks by students.

In the research, an anonymous survey questionnaire was used as an instrument for obtaining data from teachers and an anonymous teaching sheet, with the help of which a check was made on the successful solving of problem tasks by first, second and third grade students.

The obtained results were statistically processed and interpreted in the paper, and their discussion was also carried out. The results of the research show that teachers plan and implement the solution of problem tasks in elementary mathematics classes and that students successfully solve problem tasks.

Keywords: problem, problem situation, teaching, problem teaching and mathematics.

UVOD

Nastava matematike u obrazovnom procesu i životu ljudi zauzima vrlo važno mjesto. Njen značaj nije očigledan samo u nastavi gdje pruža za život korisna znanja, već se ona posmatra i kao predmet koji vaspitava ljude doprinoseći izgrađivanju intelektualno-snažnih i naprednih ličnosti (Petrović, Martić i Petković, 1997).

Sadržaji iz matematike su veoma pogodni za problemsko proučavanje. Štaviše, opravdano se ističe činjenica da je razvijanje kreativnosti, kritičnosti, sopstvenog mišljenja u nastavi matematike daleko važnije od prostog primanja i zapamćivanja gotovih informacija. Nastava ovog tipa podstiče samostalnost učenika pri rješavanju problemskih zadataka, omogućava maksimalnu individualizaciju nastavnog procesa, odnosno usklađenost nastave sa mogućnostima i potrebama učenika, doprinosi efikasnijem ostvarivanju nastavnih ciljeva, kao osnovnih preduslova na kojima savremena nastava sve više insistira.

U školi učitelji/učiteljice treba da podstaknu učenike na kreativan rad, da im pomažu u traženju ideja i metoda rješavanja zadataka, te da ih osposobe da sami tragaju za istim prilikom rješavanja konkretnih zadataka. Riječ je o zadacima pri čijoj izradi se ne koriste uobičajene ideje i metode. Na ovaj način će učenici biti misaono potpuno aktivni, a samostalno dolaženje do rezultata će ih motivisati na nove napore.

Sušтина problemske nastave jeste u tome da učenici samostalno heuristički stiču nova znanja, koristeći pritom različite izvore, metode i sredstva. Znanja koja se usvajaju na ovaj način ne temelje se na zapamćivanju gotovih podataka, već na procesu kreativnog mišljenja pojedinca. Kvalitet nastave, osim dobre organizacije, zavisi i od uzrasta, predznanja i iskustva učenika, a zasniva se na njihovom ličnom angažovanju i stvaralačkom mišljenju. Upravo je to jedna od ključnih karakteristika problemske nastave u kojoj do izražaja dolaze učenička znanja, vještine, iskustva i stvaralačke sposobnosti.

Savremena metodička teorija i praksa sve više ukazuju na slabosti klasične organizacije nastave koja je prvenstveno usmjerena na savladavanje velikog obima činjenica, bez gotovo ikakve aplikativne vrijednosti. Te kritike se najčešće odnose na: preobimnost nastavnih pomagala, pasivno sticanje znanja, enciklopedizam, neadekvatnost oblika i metoda koji se primjenjuju u nastavi u kojima se akcenat više

stavlja na nastavnika, a manje na aktivnosti učenika. Stoga se više insistira na istraživačkoj nastavi, koja po mišljenju brojnih autora najefikasnije doprinosi opštem razvoju učenika.

U metodici nastave matematike najznačajnije mjesto pripada rješavanju zadataka po mišljenju ruskog matematičara i metodičara I. F. Šarigina. Izučavanje matematičkih sadržaja uključuje najraznovrsnije oblike rada. Nastavnik matematike treba da zainteresuje učenike za predmet njenog proučavanja (Marković, 2008).

Nastavnik koji želi da kod svojih učenika razvija sposobnost rješavanja zadataka, mora kod njih probuditi izvjestan interes za zadatke i davati im dovoljno prilike za vježbanje i oponašanje (Polya, 1966).

Imajući u vidu činjenicu da rješavanje problemskih zadataka ima ogroman uticaj na ukupan razvoj učenika, na razvijanje kreativnosti, sticanje kritičkog mišljenja, samopouzdanja i osamostaljivanja, težište rada je usmjereno na rješavanje problemskih zadataka u početnoj nastavi matematike.

I TEORIJSKI PRISTUP PROBLEMU

1. PROBLEMSKA NASTAVA I NJENA SUŠTINA

Brzi razvoj nauke, tehnike i tehnologije jedna je od najvažnijih karakteristika savremenog društva, koja je dovela do brojnih promjena u različitim oblastima života, a samim tim i u školi, odnosno nastavi koja se organizuje u okviru nje. Naglo je došlo do umnožavanja naučnih informacija i povećanja obima znanja. Pod tim uticajem dešavaju se i promjene u shvatanju obrazovanja kao procesa koji se više ne završava sa završetkom školovanja, već se shvata kao permanentan proces koji traje cijelog života. Zapostavlja se težište da obrazovanje treba da bude zasnovano na savladavanju velikog obima činjenica. Zato je nastala problemska nastava da poveća efikasnost obrazovnog rada, odnosno da pravaziđe nedostatke nastave klasičnog tipa. Ona je istraživačkog karaktera, a njen osnovni zadatak je da učenici razumiju naučeno i da se osposobe da stečeno znanje primijene u novim situacijama.

Obrazovanje treba da obučava ljude za stalne promjene, da prate tok promjena, da prepoznaju bitne probleme i riješe ih, uoče ishode određenih pojava, kontrolišu i rukovode njima (Teodosić, 1970).

Naziv problemske nastave, u osnovnom značenju, vezuje se za riječ problem (grč. sporno pitanje, zadatak, zagonetka). Termini koji se koriste kao njeni sinonimi su: učenje putem rješavanja problema u nastavi, nastava putem otkrivanja, problematizovana nastava, problemsko učenje, problemsko izlaganje, problem solving i sl.

Korijeni problemske nastave vezuju se za SAD. Značajan doprinos razvoju problemske nastave, između ostalih, dali su ruski psiholog Rubinštajn, američki pedagog Džon Džui, švajcarski naučnik Žan Pijaže, poljski pedagog Okonj, ruski naučnik Lav Simjonovič Vigotski, Džerom Bruner; a od naših istraživača važno je pomenuti Branislava Stevanovića i Radivoja Kvašćeva (Laketa i Vasiljević, 2006).

Suština svake valjane i dobro organizovane nastave jeste razvoj, podsticanje i njegovanje stvaralačkog mišljenja, kao nužnog preduslova i cilja nastave problemskog tipa.

Postoje brojne definicije problemske nastave, odnosno učenja putem rješavanja problema. Tako možemo reći da je rješavanje problema oblik efikasnog učenja koji se odlikuje: a) postojanjem teškoće, novinom situacije i protivrječjem između poznatog i nepoznatog i b) svjesnom, usmjerenom, stvaralačkom i što samostalnijom aktivnošću pomoću koje učenik teži da usvoji nova znanja i stvori nove generalizacije, primjenljive u novim situacijama (Prodanović i Ničković, 1974). Najvažniji aspekti ove definicije su situacija učenja koju izaziva problem i stvaralačka djelatnost subjekta koji rješava problem. Upravo ova dva aspekta čine bit problemske nastave koja se može definisati i kao: „tip nastave u kome učenici, samostalnim istraživanjem i rješavanjem problema, razvijaju stvaralačko mišljenje” (Vilotijević, 1998).

Iz navedenog možemo zaključiti da se citirani autori slažu da suštinu problemske nastave čine pojmovi: problem i problemska situacija. Ti pojmovi su međusobno povezani, nastanak prvog izaziva pojavu drugog. Prevažilaženje problemske situacije zahtijeva misaono i stvaralačko mišljenje, traganje za novim informacijama. Kada učenici shvate suštinu problema, oni ga prvo moraju prevesti u problemski zadatak tj. u postojećem fondu znanja moraju pronaći osnovna uporišta za projekciju mogućeg rješenja.

1.2. Definisane osnovnih pojmova

Naslov ovog rada obavezuje nas da pojasnimo one pojmove koji predstavljaju osnovu njegove integralne sintagme. Riječ je o sljedećim pojmovima: matematika, problem, problemska situacija, nastava, problemska nastava.

Predmet matematika se tokom istorije mijenjao i bio je različito definisan u različitim epohama. Danas postoji više od 70, manje ili više nezavisnih, matematičkih disciplina, tako da je veoma teško dati odgovor na pitanje šta je to matematika. Teško je naći jednu univerzalnu definiciju matematike, zato ću navesti šta su pod matematikom podrazumijevali neki veliki mislioci (Marković, 2010):

„Nema prave istine u onim naukama u kojima se matematika ne pominje”. Leonardo de Vinči (1452-1519)

„Priroda govori matematičkim jezikom”. Galileo Galilej (1564-1642)

„Matematika, to je jezik kojim govore sve tačne nauke”. N. I. Lobačevski (1793-1856)

„Mašina može da riješi sve probleme koji joj se postave, a ne može da sastavi, da smisli, nijedan. To čini matematika”. Albert Ajnštajn (1879-1954)

„Matematika je nauka koja proučava matematičke strukture”. Grupa francuskih matematičara Burbaki 1948. g.

Mnogi naučnici iz raznih oblasti bavili su se određenjem pojma problem međutim, koliko god su njihovi stavovi u suštini slični, ne možemo izvesti jednu univerzalnu definiciju.

Riječ problem je grčkog porijekla i znači: zadatak, zagonетка, neriješeno pitanje, sporno pitanje, pitanje koje se teško rješava; u nauci – to je naučni zadatak koji čeka rješenje (Prodanović i Ničković, 1988).

Američki psiholog Robert Ganje smatra da su „problemi vrhunski tip učenja u hijerarhiji koja se kreće od najjednostavnijeg uslovljavanja, preko učenja pojmova i načela do samog rješavanja problema“ što ukazuje na kontinuirano učenje (Vilotijević, 1999).

Problem je subjektivni doživljaj između neke suprotnosti subjekta i objekta, koja se ispoljava kroz raspoloženje između poznatog i nepoznatog, pozitivnog i negativnog,

datog i zadanog, otkrivenog i neotkrivenog, izvjesnog i neizvjesnog, očekivanog i neočekivanog (Potkonjak i Šimleša, 1989).

Rješavanje problema predstavlja najviši oblik učenja i zato se problem javlja kada treba da dođemo do nekog cilja. Da bi smo došli do tog cilja treba da riješimo problem koji sadrži teškoće i prepreke (Stevanović, 1984).

Rješavanje problema je stvaralačka aktivnost kojom se, u susretu za posebnim zahtjevima, traži otkrivanje novih rješenja (Đorđević, 1981). Mišljenje nastaje kada se pojavi problem, tj. kada čovjek u svome radu naiđe na nešto nepoznato. Proces mišljenja počinje analizom problema ili problemske situacije i na osnovu nje se formuliše zadatak. Tokom rješavanja zadatka čovjek otkriva nove, njemu nepoznate veze i odnose (Danilović, 1998).

Holandski psiholog i pedagog Gerard van der Geer je predložio podjelu prema načinu na koji subjekat pokušava da postigne rješavanje problema na:

- problem prikupljanja informacija;
- problem s prisjećanjem rješenja i
- problem s objašnjenjem situacije (Ničković, 1970).

Učenik treba brzo i tačno da identifikuje problem, da ga raščlani na jednostavne elemente, da prikuplja činjenice, da vrši selekciju i izbor prihvatljivih činjenica, da postavlja logička pitanja, da vrši izbor najprihvatljivijeg puta do tačnog rješenja problema, da zna formulisati, predstaviti i odbraniti dokazano konačno rješenje (Ivić, 1997).

Problemska situacija predstavlja početnu kariku u rješavanju shvaćenog problema i kao takva ona je doživljaj neizvjesnosti, zbunjenosti, radoznalosti, očekivanja, tenzija (Dejić, Egerić, 2003). Problemska situacija je „duhovna neravnoteža koje je subjekat sasvim svjestan. Njeno prevazilaženje nalaže intenzivno misaono i stvaralačko traganje za novim informacijama, njihovu kombinaciju, puteve primjene te proces izvođenja činjenica i generalizacija” (Ničković, 1970). Ta unutrašnja duhovna neravnoteža nastaje kada učenik postane svjestan da se određeni zadatak tj. problem ne može riješiti na njemu poznat način. Za problemsku situaciju je karakteristično da su poznati neki elementi te situacije, neki elementi nijesu poznati pa učenici samostalno pronalaze puteve i metode rješavanja problema, što ih dodatno motiviše.

O prirodi problema i problemske situacije S. Prvanović (1970) ističe: da kada zadamo učeniku neki problem to znači da mu treba dati izvjesne podatke i postaviti mu određeni cilj koji on ima, koristeći samo te podatke, da postigne. Kada stavimo učenika u problemsku situaciju, znači da smo mu omogućili da „vidi” neke relacije i prepustiti njemu samom da postavlja ciljeve, tj. određene probleme.

Vođenje heurističkog razgovora sa učenicima umnogome doprinosi stvaranju problemske situacije. Poučan je razgovor koji vodi slavni učitelj Sokrat sa dječakom-robom. U dijalogu *Menon*, Platon nas upoznaje sa tim razgovorom.

Sokrat zadaje dječaku-robu zadatak da odredi dužinu stranice kvadrata koji ima dva puta veću površinu od nekog kvadrata čija je stranica dvije stope. Dječak-rob je odmah odgovorio da stranica traženog kvadrata mora biti dva puta duža, tj. ako kvadrat čija je stranica dvije stope ima površinu četiri kvadratne stope, onda će kvadrat sa dvostrukom površinom (8 kvadratnih stopa) imati dvostruko duže stranice, tj. četiri stope. Sokrat uz pomoć pitanja navodi dječaka-roba da sam sebi protivurječi i uvidi da se dupliranjem stranica kvadrata dobija kvadrat koji ima četiri puta veću površinu, a ne dva puta, kako je tvrdio dječak. On priznaje da je njegovo prvobitno uvjerenje bilo pogrešno i da ne zna kolika je dužina stranica kvadrata ako površina treba da bude dvostruko veća. Sada Sokrat daje primedbu: „U početku nije znao kolika je stranica kvadrata površine 8 kvadratnih stopa. Zapravo, on to ni sada ne zna, ali je tada mislio da zna i smelo je odgovorio i nimalo nije bio zbunjen. Sada je, međutim, zbunjen. Ne samo što ne zna odgovor – već i ne misli da ga zna” (Dejić i Egerić, 2003).

Iz gore navedenog možemo zaključiti da je dječak svjestan svoje greške. Sokrat ga je postavio u stanje zbunjenosti i na taj način kod njega izazvao želju da zna. Prema Sokratovoj tvrdnji, dokle god je dječak mislio da zna, bio je zadovoljan svojim stanjem. Međutim, sada, kada je u stanju zbunjenosti, on više ne može biti zadovoljan i želi da iz tog stanja izađe.

Da bismo objedinili pojmove vezane za datu problematiku, neophodno je definisati i pojam nastave, odnosno problemske nastave.

Nastava je planski organizovan vaspitno-obrazovni proces kojim rukovodi nastavnik čiji je zadatak da pomaže učenicima (polaznicima) da stiču, znanja, vještine, navike i da se razviju kao ličnost (Vilotijević, 1999). „Nastava je naučno zasnovan didaktički organizovan i institucionalizovan vaspitno-obrazovni rad, namijenjen

polaznicima određenog uzrasta sa diferenciranim stepenom obrazovanja po utvrđenoj koncepciji obrazovnog programa, a realizovan saradničkim odnosom nastavnika i polaznika. U nastavi su prisutna tri osnovna faktora: nastavni sadržaj, učenik i nastavnik. Nastava kao temeljna školska djelatnost je određena unaprijed postavljenim ciljevima i zadacima “ (Damjanović, 2006).

Problemska nastava je klasičan oblik nastave/učenja u kome ono što se uči nije dato u finalnom obliku u kojem treba da bude usvojeno. Učenje počinje od problemske situacije za koju ne postoji direktan odgovor u prethodno učenom gradivu i učenici samostalno traže rešenje (Ivić, Pešikan, Antić, 2001). Po M. Vilotijeviću problemsku nastavu treba uvoditi postepeno u vaspitno-obrazovni proces, uz stalno uvećavanje složenosti izabranih pitanja i zadataka. Problemsko sticanje znanja valja unaprijed planirati, pripremiti i kombinovati sa drugim oblicima organizacije nastave (Mijanović, 2001).

Jedan od najefikasnijih načina misaone aktivizacije učenika u nastavi učenja jeste putem rješavanja problema. Problemsko učenje je oblik učenja u kome se ono što treba da bude naučeno ne daje učenicima u gotovom obliku, već oni samostalno, polazeći od problemske situacije, traže adekvatno rješenje i na taj način stiču potrebna znanja i vještine.

Iz svega navedenog možemo zaključiti da citirani autori imaju izvjesne sličnosti u stavovima vezanim za definisanje osnovnih problemskih kategorija, procesa i elemenata problemske nastave. Iz tog razloga možemo reći da je rješavanje problema oblik efikasnog učenja koji se odlikuje jasnom usmjerenošću ka cilju, visokim stepenom motivisanosti subjekta, kao i dinamičkom prirodom procesa mišljenja u njemu.

1.3. Faze u rješavanju problemskih zadataka

Nastavu problemskog tipa nije jednostavno organizovati. Ona traži posebnu stručnost i angažovanost nastavnika.

Najprihvaćenije objašnjenje toka u rješavanju problemskih zadataka je ono u kojem se navodi da je to misaoni proces koji čine četiri etape:

- a) upoznavanje problema: pojedinac upoznaje elemente problema, nastoji da ponikne u njihove međusobne veze i odnose;
- b) sužavanje problema: na osnovu analize datih podataka pojedinac uviđa šta je zadato, u čemu je praznina koju treba popuniti, šta nedostaje, on analizira ono što je dato vodeći računa o zadatome i tako sužava, konkretizuje probleme, vokalizuje teškoće i traži način rješavanja;
- c) postavljanje hipoteze: analizom datog i zadatog, sagledavanjem i lokalizovanjem teškoće pojedinac postavlja hipotezu za rješavanje problema;
- č) provjeravanje hipoteze: kad se hipoteza javi, pojedinac polazi od toga da je ona ispravna i da može potpuni prazninu u datim podacima; hipoteza je rješenje čiju ispravnost treba provjeriti (Vilotijević, 1999).

Najpoznatije faze su one koje su ponudili tvorci geštalt teorije (Vilotijević, 1999). Oni navode četiri faze u rješavanju problema, a to su:

- a) preparacija (upoznavanje elemenata problema);
- b) inkubacija (prividan mir u kome je misao ipak aktivna);
- c) iluminacija (iznenadno rješenje);
- č) verifikacija (provjeravanje).

Faza preparacije (priprema):

Priprema za rješavanje problema predstavlja prvi nivo u svakom stvaralačkom radu. Ova faza se ponekad sastoji u dugom prikupljanju činjenica, u njihovoj obradi i povezivanju, sagledavaju se neka moguća rješenja, a neka druga odmah se odbacuju. Međutim, traženje rješenja nije uvijek uspješno.

Faza inkubacije:

Inkubacija je sazrijevanje ideja, unutrašnje strukturiranje materijala iz kojeg će se naknadno možda roditi neko novo rješenje problema kojim se bavimo.

Faza iluminacije:

Iluminacija je osvjetljenje problema pomoću novog rješenja koje obično iznenadno sine. Prva karakteristika iluminacije je da plodne ideje dolaze iznenadno, obično ne onda kada najjače mislimo na problem.

Faza verifikacije:

Kada je već došlo do iluminacije i do otkrića, nije još sve gotovo. Prije svega važno je ideje zapisati, jer iskustvo pokazuje da nova ideja može nestati ako je odmah ne zapišemo i ne razradimo, ona se može izgubiti i vratiti u podsvijest i tako nam izmaći. U toj fazi nova ideja se registruje, upoređuje se sa drugim idejama i rješenjima i razrađuje. Slijedi saopštavanje i diskutovanje o njoj. Nesvjesni dio psihe pomagao je u fazi inkubacije našu imaginaciju, dok je svjesni dio došao do punog izražaja u fazi prilikom izrade. Tako je u stvaralačkom procesu angažovana čitava psihička struktura čovjeka.

Pomenute faze treba shvatiti uslovno, jer se tok rješavanja problema nikada ne može u potpunosti predvidjeti, svaki problem je na svoj način specifičan, kao što su i učenici među sobom po mnogim osobinama različiti.

1.4. Efekti u rješavanju problemskih zadataka

Problemska nastava stimulira učenika na razvijanje složenih misaonih funkcija. Ova nastava ne podrazumijeva samo postizanje obrazovnih efekata, već i vaspitnih, oni tako čine jednu integralnu cjelinu. U daljem tekstu ćemo navesti karakteristične grupe efekata i šta u kojoj grupi ističemo.

1. U grupi obrazovnih efekata ističemo: povećanje obima znanja; trajnost stečenog stanja; primjenljivost stečenih znanja; pospješivanje učenja pomoću transfera; efikasnije shvatanje suštine sadržaja i zakonitosti koje iz njih proističu; veća osposobljenost za samostalan rad i učenje; razvoj kritičkog mišljenja; razvoj sposobnosti za pronalaženje alternativnih rješenja za konkretan problem; razvoj stvaralačkog mišljenja; razvoj sposobnosti za naučno-istraživački rad; mogućnost samostalnog rješavanja problemskih zadataka.

2. U grupi vaspitnih efekata ističemo: pozitivnu usmjerenost ka cilju tj. rješavanju problema; kolektivni duh i želju da svaki član postigne optimalni uspjeh; zadovoljstvo i opuštenost zbog adekvatno pronađenog rješenja; razvoj osjećaja i odgovornosti za naučni pristup problemu; spremnost na saradnju sa drugima; odgovornost i osjećaj divljenja prema stvaralačkom i naučno-istraživačkom radu.

3. U grupi emocionalnih efekata ističemo: sklonost da se savlađuju programski sadržaji na problemski način, čime se povećava vaspitno obrazovna efikasnost; istrajnost u pronalaženju racionalnih puteva za rješavanje problemskih zadataka; posebna zainteresovanost i motivisanost učenika; svojstvena organizacija sticanja znanja i učenja putem rješavanja problema; istrajnost i sposobnost za postavljanje valjanih hipoteza na racionalnoj osnovi (Mijanović, 2001).

Potreba za ostvarivanjem navedenih efekata proističe iz osnovnih vaspitno-obrazovnih ciljeva škole, koji se mogu uspješno realizovati u procesu kvalitetno organizovane problemske nastave i učenja.

1.5. Dosadašnja istraživanja

U nastavi matematike posebno mjesto imaju problemski zadaci. Rezultati ukazuju na još uvijek prisutnu tradicionalnu nastavu matematike. Glavne su sugestije povećanje upotrebe problemskih zadataka koji podstiču mišljenje, istraživanje, kreativnost, otkrivanje i izražavanje, kao i povećavanje dobrih motivacijskih primjera koji bi bili predstavljeni u obliku tekstualnih zadataka s kontekstom (Kos, Glasnović Gracin, 2014).

Rješavanje problema jedan je od najvećih oblika učenja. Dok rješava problem, učenik je u istraživačkom položaju, u kojem pokreće stvaralačko mišljenje, što podrazumijeva visoke nivoe stečenih znanja i usvojenih vještina. Problemski zadaci bi trebali da budu veza između matematičkih sadržaja i svakodnevnog života, a nažalost, istraživanja pokazuju kako se ovakvi zadaci nedovoljno rade u osnovnoj i srednjoj školi (Horvat, 2019). Rješavanje problema je veoma složen i zanimljiv proces u matematičkom obrazovanju učenika. Zbog složenosti ovog procesa može se pretpostaviti da nastavnik mnogo utiče na motivaciju i aktivnost učenika u razredu (Bogdanović, 2013).

Kada kažemo da učenik povezuje gradivo, onda mislimo na to da kada rješava matematički problem ispituje dvije ili više matematičkih ideja alternativno gledajući na vezu između njih i analizirajući i, koristi te odnose u namjeri da riješi problem, pokaže da razumije situaciju, formira neku tvrdnju ili koncept u koji je uključen (Maričić i Špijunović, 2013). Učenici su sposobni da prepoznaju i istraže probleme i nađu vlastite načine rješavanja problema na temelju informacija kojima raspolažu, ličnog iskustva, ideja, asocijacija i razmišljanja o uzročno-posljedičnim vezama. Učenici se sa rješavanjem problema suočavaju tako što kreću od sagledavanja cjeline, prije uočavanja obrazaca i veza, zatim preko analiziranja i strukturiranja do odabira i primjene odgovarajućih strategija rješavanja, njihove evaluacije i razmatranja alternativnih rješenja kad je to potrebno (CKR - Cjelovita kulturna reforma, 2016). Nasumični izbor za rješavanje problema treba prenijeti i na djecu, u situacijama kada mozak zablokira. Tada treba da pustimo mozak da ocijeni na koji način jedna ili sve riječi mogu postati ključ rješenja našeg problema. U tim situacijama nasumična riječ može dovesti do novih ideja do kojih možda nikada ne bismo došli (K. Dž. Simister, 2013).

Neki matematičari su se bavili razlikama između talentovane i prosječne djece (starosti 6 – 10 godina) u rješavanju zadataka. Istraživači su zaključili da talentovana djeca lakše rješavaju zagonetke i sume, jer brže prepoznaju cilj zadatka i opredjeljuju se za strategiju koja ih vodi do samog rješenja problema (Bogdanović, 2012).

Brajs Hjuscins, Mejer, Barek & Mus, kao i drugi istraživači razmatrali su rješavanje problema kod mlađih subjekata sa stanovišta uticaja pojedinih kontrolisanih faktora:

- uticaji grupnog iskustva na individualno rješavanje problema;
- problem transvera u rješavanju problema;
- uticaj obaviještenosti o principima neophodnim za rješavanje nekog problema;
- dejstvo inteligencije i kohezije na uspješnost u rješavanju problema u malim grupama itd. (Ničković, 1978).

Problemske situacije treba rješavati odabirom relevantnih podataka, analizom mogućih strategija i traženjem optimalne strategije, pa preispitivanjem procesa i rezultata, po potrebi uz kvalitetnu upotrebu odgovarajućih alata i tehnologije (CKR - 2016, Nacionalni kurikulum nastavnog predmeta matematike). Što su kompetencije nastavnika za rješavanje problemske situacije veće, veća je vjerovatnoća da će razviti problemske situacije u nastavi matematike i time doprinijeti razvoju tih kompetencija među učenicima (Vida M. Kolar, 2020).

Značajni su rezultati istraživanja pristalica Geštaltističke psihologije iz dva razloga: “Geštaltisti su u centar pažnje stavili rješavanje problema i zaključili da mišljenje počinje problemskom situacijom. Učinili su značajan prodor u rješavanju problema” (Lazović, 1999).

U vezi intezivne organizacije nastave problemskog tipa u našim školama M. Bakovljević je 1960–1961, kao i 1979 –1981. sproveo istraživanja na osnovu kojih je zaključio da je ova nastava u našim školama potpuno zanemarena. Ništa bolja situacija nije bila ni 2001. god. kada je S. Jukić izvršio istraživanje koje je pokazalo da su rezultati primjene problemske nastave u našim osnovnim i srednjim školama poražavajući, odnosno da je od 120 posmatranih časova problemska nastava organizovana samo na 4 časa, što je svega 3,33% (Gajić, 2002). Laketa i D. Vasiljević navode rezultate eksperimentalnog istraživanja Radivoja Kvašćeva (sprovedenog pred kraj 70-ih godina XX vijeka). Eksperiment je sproveden u nastavi matematike, u

prvom i drugom razredu osnovne škole, u trajanju od dvije godine, s tim što je gradivo eksperimentalne grupe, najvećim dijelom, bilo problematizovano. Istraživanjem je utvrđeno da su najbolje rezultate u vježbanju kritičkog mišljenja postigli učenici koji su posjedovali optimalnu sposobnost za kritičko mišljenje; utvrđeno je i da se ono može razvijati kod ostale grupe učenika (Laketa i Vasiljević, 2006).

2. ZAHTJEVI KOJI SE POSTAVLJAJU PRED UČENIKE PRILIKOM RJEŠAVANJA PROBLEMSKIH ZADATAKA

Učenici mogu da se prilagođavaju na problemsku nastavu još u početnoj nastavi matematike. Treba ih motivisati do stepena kada će sami biti u stanju da otkriju rješenje zadatka, formulišu pravila, rade na uopštavanju nekog pojma, itd. Učitelj mora imati u vidu predznanje i iskustvo, sposobnosti i individualne mogućnosti svakog učenika da bi adekvatno postavio problemske zadatke.

Poljski psiholog Putkijevič tvrdi da zahtjevi u odnosu na znanja i sposobnosti učenika mogu biti:

- znatno niži od gornje granice učeničkih mogućnosti;
- znatno viši od gornje granice učeničkih mogućnosti;
- na istom nivou sa gornjom granicom mogućnosti učenika i
- nešto malo viši od trenutne granice učeničkih mogućnosti (Prodanović i Ničković, 1974).

Kada su zahtjevi niži od gornje granice mogućnosti, učenici će rutinski i po istom šablonu rješavati postavljene problemske zadatke. Takođe, previše laki i jednostavni zadaci mogu učenika zavarati i usmjeriti na pogrešan put, što može dovesti do pogrešnih predstava o sebi, jer pojedinci počinju uobražavati kako su veoma pametni i da mnogo znaju.

Kada učitelj insistira na zadacima čija složenost u znatnoj mjeri prevazilazi gornju granicu učeničkih mogućnosti, ne mogu se ni u tom slučaju očekivati adekvatni rezultati. Takav stil rada učitelja će da dovede do nepoželjnog konflikta, koji će se javiti kao posljedica narušenih interpersonalnih odnosa na relaciji učenik-učitelj. Do ove nepoželjne situacije će doći kada učenik zauzme čvrst stav o tome kako je postavljeni zadatak pretežak i nerješiv.

Mnogi učitelji smatraju da je najbolje težinu zadatka uporediti sa trenutnim mogućnostima učenika. Međutim, takav stav učitelja neminovno vodi ka ravnodušnom, rutinskom i opuštenom ponašanju, lišenog većih misaonih i intelektualnih napora učenika.

Najbolja varijanta za uspješan razvoj učenika jeste ako su zahtjevi nešto malo veći u odnosu na njihove trenutne mogućnosti. Tako postavljeni problem mora da sadrži bar djelimično nepoznate sadržaje ili informacije date na nov način. Zato učitelj

treba neposredno prije obrade vaspitno-obrazovnih ishoda da utvrdi na kojim se misaonim operacijama zasnivaju pojmovi kojima učenici treba da ovladaju, a sve u cilju pravilnog izbora problema i njegovog prilagođavanja uzrastu i predznanju učenika.

2.1. Dimenzije problemske nastave

Proces učenja putem rješavanja problema ima gnoseološku, psihološku i didaktičku dimenziju.

„Gnoseološka dimenzija ispoljava se u kvalitetu izmjenjivanja misaonih operacija (analize, sinteze, indukcije i dedukcije, apstrakcije i generalizacije) uključujući konačnu verifikaciju deduktivnih hipoteza, te novoizvedenih zaključaka i generalizacija” (Prodanović i Ničković, 1974).

Psihološka dimenzija se odnosi na misaoni proces u problemskoj nastavi i na stvaralački karakter. Ogleda se u pojačanim motivacionim efektima, izoštravanju osjećanja za identifikaciju problema i sl.

Didaktička dimenzija se ogleda u povećanoj efikasnosti vaspitno-obrazovnog rada, kroz uspješnu aplikaciju znanja, veću trajnost stečenog znanja, efikasniji razvoj kritičkog, fleksibilnog i stvaralačkog mišljenja, razvoj istrajnosti i opšte samostalnosti učenika.

Sve tri dimenzije su veoma bitne za problemsku nastavu i od velikog su značaja jer podstiču razvoj složenijih misaonih funkcija učenika.

2.2. Pozitivni efekti problemske nastave

Prema dosadašnjim istraživanjima kvalitetno organizovanom problemskom nastavom postižu se veoma povoljni efekti, koji se mogu razvrstati u tri karakteristične grupe i to: „obrazovni (saznajni); emocionalni (afektivni) i vaspitni” (Ničković, 1984).

U grupi obrazovnih efekata ističemo:

- povećanje obima znanja;
- trajnost stečenog znanja;
- primjenljivost raspoloživog znanja;
- znatno umanjenje greške u mišljenju;
- veća osposobljenost za samostalni rad i učenje;
- razvoj kritičkog mišljenja;
- razvoj stvaralačkog mišljenja i djelovanja;
- razvoj sposobnosti za naučno-istraživački rad;
- mogućnost samostalne interpretacije književnih i drugih tekstova.

U grupi emocionalnih (motivaciono-afektivnih) efekata ističemo:

- sklonost da se savladaju programski sadržaji na problemski način;
- posebna zainteresovanost i motivisanost učenika, svojevrsna organizacija sticanja znanja i učenja putem rješavanja problema;
- istrajnost i sposobnost za postavljanje valjanih hipoteza na racionalnoj osnovi.

U grupi vaspitnih efekata ističemo:

- pozitivnu usmjerenost ka cilju – rješenju problema;
- zadovoljstvo i opuštenost zbog adekvatno ponuđenog rješenja;
- kolektivni duh i želja da svaki član postigne optimalni uspjeh;
- spremnost za saradnju sa drugima;
- razvoj osjećanja i odgovornosti za naučni pristup problemu;
- odgovornost i osjećaj divljenja prema stvaralačkom i naučno-istraživačkom radu (Ničković, 1984).

Efekti se mogu uspješno realizovati u procesu kvalitetno organizovane problemske nastave i učenja.

2.3. Razlika između problemske i tradicionalne nastave

Problemska nastava u odnosu na tradicionalnu ima više prednosti. Zato što ona u većoj mjeri:

- aktivira saznavne procese kod učenika;
- navikava ih na samostalan rad i samoobrazovanje;
- navikava učenike na samostalnu primjenu stečenih znanja;
- vještina i navika u novim problemskim situacijama;
- ima veliki uticaj na transfer znanja i sposobnosti;
- kombinacijom racionalnog sa emocionalnim pomaže razvijanju motiva i interesa učenika;
- poučava učenika metodama naučnog istraživanja (Bašić i Radonjić, 1992).

Istraživanja teorijska i empirijska potvrđuju da je problemska nastava u odnosu na tradicionalnu efikasnija, tj. doprinosi ostvarivanju boljih rezultata kada je u pitanju:

- uvećanje kvantiteta i kvaliteta učeničkih znanja;
- trajnost i praktična primjenljivost đачkih znanja;
- bolje razumijevanje suštine, zakonitosti i same strukture predmeta;
- razvijanje razumijevanja deduktivnog metoda i razvijanje i drugih efikasnih metoda jasnog nepristrasnog mišljenja;
- razvoj samostalnog originalnog, kreativnog i poliformnog razmišljanja i tendencija razvoja brižljivog i stvaralačkog mišljenja, kritičkog ocjenjivanja i razumnog uopštavanja;
- razvoj sposobnosti za naučno-istraživački rad;
- kvalitet osposobljenosti za samostalni rad i samostalno učenje;
- motivaciono afektivni efekat nastave;
- vaspitni uticaj nastave (Marković, 2010).

Ni problemska nastava nije idealna, ima i ona nedostatke. Baš zbog tih nedostataka se mora kombinovati s drugim vrstama nastave. Kombinovanjem problemske nastave sa tradicionalnom izbjegli bismo njen najveći nedostatak – neekonomičnost.

3. ORGANIZACIJA PROBLEMSKE NASTAVE U POČETNOJ NASTAVI MATEMATIKE

Redovna nastava je obavezna za sve učenike osnovne škole. Njen obim, trajanje i sadržaj utvrđeni su nastavnim planom i programom iz matematike.

Polazne smjernice na osnovu kojih se učitelji pripremaju za redovnu nastavu obuhvataju:

- sadržaje koji su propisani nastavnim programom (djelovi prirodnih disciplina), koji su pedagoško, didaktičko-metodički osmišljeni kao nastavni predmet matematika;
- sadržaj je razvrstan po nastavnim ishodima;
- određen je okvirni broj časova za pojedine nastavne oblasti i
- ustanovljeni su ciljevi, zadaci i operativni zadaci (koji su razrađeni za svaki razred).

Organizacija i artikulacija časa nastave matematike, primjenom problemskog modela rada, treba da slijedi sljedeće etape problemske nastave:

- postavljanje i definisanje problema;
- nalaženje principa rješenja;
- dekompoziciju problema;
- rješavanje problema;
- izvođenje zaključka i
- provjeravanje zaključka u novim situacijama.

Prije nego počne da realizuje nastavu matematike nastavnik mora da zna uzrast i mogućnosti učenika, poštujući faze razvoja dječijeg mišljenja i sposobnosti učenika za razumijevanje apstraktnih matematičkih pojmova. Zato nastava matematike treba da bude usaglašena sa didaktičkim principima, a čas dobro isplaniran i realizovan, jer na taj način se dolazi do kvalitetnih i trajnih matematičkih znanja (Kovačević, 2012).

Za primjenu problemskog modela rada u nastavi matematike opredjeljuje se učitelj na osnovu prikladnosti nastavnog sadržaja za problemsku nastavu i psihofizičkih mogućnosti učenika. Učitelj prethodno mora da temeljno prouči sadržaj nastave matematike, kao i ishode koji su pogodni za ovakav oblik nastave.

3.1. Problemski zadaci u nastavi

U nastavi pod pojmom *zadatak* podrazumijevamo djelatnost ispunjavanja određenih zahtjeva koje nastavnik upućuje učenicima ili učenici jedni drugima, a i sami sebi. Bradis (Čivović i Radunović, 2016) je zadatke podijelio na tri metodološka tipa:

- a) primjere za ilustraciju;
- b) zadatke za uvježbavanje gradiva;
- c) zadatke problemskog tipa.

Primjerima za ilustraciju se na konkretan način, zadatkom, objašnjavaju primjene nekog stava. Javljaju se nakon objašnjenja neke teoreme.

Zadaci za uvježbavanje gradiva se daju neposredno poslije same obrade istog. Njihova uloga je da se stečena znanja prodube i utvrde, da se usavrši tehnika rada itd.

Zadaci problemskog tipa pored produbljiivanja stečenog znanja, imaju za cilj da razvijaju kreativnost učenika, njihovu snalažljivost, inventivnost i originalnost.

Problemski zadaci treba da imaju sljedeće odlike:

- a) nešto nepoznato tj. neku prazninu koju treba otkriti i popuniti na osnovu podataka i odnosa koji nijesu direktno dati;
- b) veći broj mogućnosti za rješavanja;
- c) veliku kompleksnost;
- č) za rješenje je potreban stvaralački pristup i iskustvo;
- ć) rješavanjem problema produbljuje se znanje, razvijaju mentalne sposobnosti i usvajaju nove strukture saznavanja (Vilotijević, 1999).

Najefikasniji oblik učenja predstavlja rješavanje zadataka problemskog tipa u situacijama kada problemi podstiču učenika na samostalan i inventivan rad, kako bi stekao određeno znanje i razvio intelektualne sposobnosti (Bakovljević, 1982).

3.2. Kada je jedan zadatak problem?

Prodanovića T. i Ničkovića R. tvrde da riječi: problem, zadatak i pitanje nisu sinonimi, jer riječi zadatak i pitanje imaju šire značenje i mogu se odnositi na mentalne aktivnosti koje nijesu karakteristične za novu situaciju. A problem mora da ima pitanje kao motivaciono stanje napetosti (Trebješanin, Ž. i Lalović, Z. 2008).

Najteži dio istraživačkog procesa jeste izbor problema. Za istraživanje je veoma bitno da problem bude: originalan, značajan i interesantan (Brković, 2011).

Od velikog je značaja kada učenik ima aktivan odnos prema problemu, jer je tada njegov intelektualni i misaoni napor neizbježan. Takođe, veoma je bitno da zna pravila metodologije istraživanja tj. da zna da sastavi plan istraživanja, formuliše i dokaže hipoteze (Arsić, 1995).

Postavljeni problemski zadatak treba da sadrži djelimično nepoznate sadržaje koji predstavljaju izazov za pojačano angažovanje sposobnosti i znanja učenika.

4. METODIČKI PRISTUP RJEŠAVANJU PROBLEMSKIH ZADATAKA U NASTAVI MATEMATIKE

4.1. Etape u rješavanju problema u osnovnoj školi

Čas može imati sljedeće etape:

- *Stvaranje problemske situacije u uvodnom dijelu časa*

Nastavnik postavlja problemski zadatak koji će aktivirati pažnju i misaonu aktivnost učenika. Stvorice nelagodnost kod učenika, što će ih podstaći da se maksimalno angažuju kako bi riješili problem. Nastavnik ukazuje na pravac rješavanja problema i time motiviše učenike.

- *Rješavanje problema u glavnom dijelu časa*

Koristeći ranije stečena znanja, te znanja i upustva koja su dobili u prethodnoj fazi časa, učenici traže rješenje. U slučaju poteškoća obraćaju se nastavniku za pomoć.

- *Vježbanje i utvrđivanje u završnom dijelu časa*

Učenicima se daju problemski zadaci sa novom komponentom i traži sa da ga oni riješe.

- *Domaći zadatak*

Treba ih dati učenicima da učvrste svoja znanja (Čivović i Radunović, 2016).

4.2. Čas problemske nastave

Mnogi autori su dovodili u pitanje organizovanje problemske nastave u početnoj nastavi matematike. Međutim, pedagoška praksa je pokazala da je ovaj vid nastave pogodan za sve uzraste, uz nužno poznavanje razvojnih karakteristika učenika, njihovog načina mišljenja i sl.

Učitelj iz godišnjeg plana i programa izdvaja ishode koji se mogu pripremati na problemski način. Organizacija problemske nastave zahtijeva više vremena u odnosu na organizaciju nastave primjenom drugih didaktičkih sistema, pogotovo kada se organizuje u prvom, drugom i trećem razredu osnovne škole, kada se učenici tek susreću sa ovim vidom nastave, što podrazumijeva da nastavnik mora da bude dobro pripremljen za problemski čas.

Prilikom selekcije operativnih ishoda za primjenu problemskog modela i tokom realizacije scenarija časa, učitelj treba da vodi računa o tome da:

- odabrani nastavni sadržaji budu odgovarajući;
- se ispoštuju zahtjevi koji se postavljaju pred učenika;
- se primijene faze u rješavanju problemskih zadataka;
- ima u vidu: predznanje učenika, strukturu odjeljenja i strukturu časa.

Rad na času odvija se kroz nekoliko etapa. To nije dato kao neko pravilo pa ćemo ovdje predstaviti

aktivnosti na času problemske nastave koje se mogu realizovati kroz pet etapa:

- na početku časa, u okviru prve etape, nastavnik najavljuje problem;
- druga etapa predviđa preciziranje i definisanje problemskog zadatka;
- u trećoj etapi nastavnik prati, usmjerava i podstiče samostalnu aktivnost učenika, daje uputstva, sugestije i potrebna objašnjenja;
- kroz četvrtu etapu nastavnik prati rad, ukoliko primijeti greške u radu ohrabruje učenike i upućuje ih na konsultovanje adekvatnih izvora; procjenjuje kad je većina učenika riješila problem na traženi način kako bi pripremili prezentaciju;
- u petoj etapi analiziraju se ostvareni, pojedinačni i zajednički, rezultati i primjenjuje novostečeno znanje u konkretnim situacijama.

Problem se može javiti u uvodnom, glavnom ili završnom dijelu časa, a može da traje i cio čas.

Npr. U završnom dijelu časa, kada su učenici već usvojili neko pravilo, nastavnik može kao problem da postavi da oni to pravilo primijene na drugačiji način.

4.3. Primjeri mogućeg rješavanja problemskih zadataka u početnoj nastavi matematike

1. Zadatak:

1. Razumijevanje zadatka:



1. Eldar ima 5 klikera, Marko 2 puta više od Eldara, a Miloš ima 5 puta više od Eldara. Koliko imaju ukupno klikera?

Učenici pažljivo čitaju zadatak i odgovaraju na sljedeća pitanja:

- Šta je u zadatku poznato? (Poznato je da Eldar ima 5 klikera, da Marko ima 2 puta više od njega, a Miloš 5 puta više od Eldara.)
- Šta je u zadatku nepoznato? (Nepoznato je koliko Marko i Miloš imaju klikera.)
- Kako ćemo izračunati broj Markovih klikera? (Pomnožićemo broj Eldarovih klikera brojem 2.)
- Koju ćemo računsku radnju koristiti? (Množenje.)
- Kako ćemo izračunati broj Miloševih klikera? (Pomnožićemo broj Eldarovih klikera sa brojem 5.)

2. Stvaranje plana:


- Šta se u zadatku traži? (Traži se ukupan broj klikera.)
- Šta treba uraditi da bismo riješili zadatak? (Izračunati broj Markovih i Miloševih klikera.)
- Kako ćemo izračunati ukupan broj klikera? (Sabiraćemo klikere sva tri dječaka.)

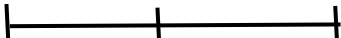
- Ako broj Eldarovih klikera predstavimo kao jednu duž (učitelj crta duž), kako bismo pomoću duži predstavili broj Markovih klikera? (Nacrtali bismo dva puta veću duž.)
- Kako bismo predstavili dužima broj Miloševih klikera? (Nacrtali bismo pet puta veću duž od one kojom su predstavljeni Eldarovi klikeri.)
- Kako ćemo pomoću duži izračunati ukupan broj klikera? (Sabiraćemo sve duži.)
- Kako bismo to predstavili dužima? (Nacrtali bismo jednu veliku duž koja bi objedinjavala duži koje predstavljaju klikere dječaka.)


3. Realizacija plana:


Učenici rješavaju zadatak primjenom metode duži.

Rješenje:

Eldar: 

Marko : 

Miloš: 

Ukupno: 

Na osnovu nacrtane slike možemo donijeti zaključak da Eldar ima 5 klikera koje ćemo pomnožiti sa 2 Markova i tako dobiti da Marko ima $5 * 2 = 10$, a Miloš $5 * 5 = 25$ klikera. Ukupan broj klikera će iznositi

$$5 + 10 + 25 = 40.$$

Odgovor: Dječaci imaju ukupno 40 klikera.

4. Provjera rješenja:

Rješenje će učenici provjeriti sintetičkom metodom:

$$5 + (2 * 5) + (5 * 5) = 5 + 10 + (5 * 5) = 5 + 10 + 25 = 15 + 25 = 35$$

2. Zadatak:

Napomena: Učenici su ranije usvojili svojstvo komutativnosti u sabiranju, sada se od njih traži da otkriju i generalizuju uvođenje slova.

1. faza:

Zadatak 1:



Dara ima 15 €, a Jana 20. Koliko eura imaju zajedno?

- Rješavaju zadatak i saopštavaju da su dobili rješenje 35.
- Jedan od učenika zapisuje zadatak na tabli I način: $15 + 20 = 35$.
- Šta u ovoj jednakosti predstavlja broj 15? (Prvi sabirak.)
- Šta u jednakosti predstavlja broj 20? (Drugi sabirak.)
- Šta je broj 35? (Zbir brojeva 15 i 20.)
- Šta će se desiti ako sabircima zamijenimo mjesta? (Zbir se neće promijeniti.)
- Neko od učenika zapisuje na tabli II način: $20 + 15 = 35$.

Napomena: Od učenika se traži da sami formulišu novu problemsku situaciju slučajnog zadatka; ukoliko ne uspiju učitelj im postavlja sljedeći zadatak.

Zadatak 2:



Una ima 16 balona, a Iskra 23. Koliko balona imaju zajedno?

Rješavaju zadatak. Postupak je isti kao kod prvog zadatka.

I način:

$$16 + 23 = 39$$

II način:

$$23 + 16 = 39$$

2. faza:

- Vidjeli smo da ako sabircima zamijenimo mjesta, vrijednosti izraza će ostati isti.
- Problem: Kakav zaključak možemo izvesti iz navedenog?

3. faza:

Odgovori učenika mogu biti različiti (hipoteze):

- Izrazi su različiti;
- Vrijednosti izraza su jednake;
- Svejedno je da li računamo na prvi ili drugi način rezultat će biti isti itd.

Učitelj: Vrijednost izraza dobijena na I način rješavanja jednaka je vrijednosti izraza riješenoj na II način.

4. faza:

- Ako smo u prvom zadatku izračunali da je $15 + 20 = 35$ i da je $20 + 15 = 35$, kako bismo onda ovo mogli još zapisati? ($15 + 20 = 20 + 15$)
- Drugi zadatak smo izračunali na sljedeće načine: $16 + 23 = 39$ i $23 + 16 = 39$. Kako bismo kraće zapisali? ($16 + 23 = 23 + 16$)
- Šta iz navedenih primjera zaključujemo? (Ako zamijenimo mjesta sabircima, zbir će ostati isti.)

5. faza:

Samostalno rješavaju nekoliko novih primjera kako bi provjerili pravilo komutativnosti:

$$6 + 7 = \underline{\hspace{2cm}} \qquad 7 + 6 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$11 + 26 = \underline{\hspace{2cm}} \qquad 26 + 11 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$34 + 42 = \underline{\hspace{2cm}} \qquad 42 + 34 = \underline{\hspace{2cm}}$$

- Koji broj je rješenje kod prvog primjera $6 + 7$? (13)
- A $7 + 6$? (Isto 13.)
- To možemo zapisati: $6 + 7 = 7 + 6$.

Napomena: Isti postupak učitelj primjenjuje i kod preostalih primjera.

Učitelj: Zaključili smo da ako sabircima zamijenimo mjesta, zbir se neće promijeniti, to ćemo zapisivati pomoću slova $a + b$, a pošto će zbir ostati isti ako sabircima zamijenimo mjesta, to ćemo napisati: $a + b = b + a$. Kako se zove ova osobina sabiranja? (Zamjena mjesta sabiraka.)

Za primjenu problemskog modela pogodni su zadaci vezani za množenje brojem 1, množenje brojem 10, dijeljenje broja 1, zadaci združivanja sabiraka, dijeljenje broja samim sobom, dijeljenje desetica i mnogi drugi.

5. PISANA PRIPREMA

5.1. Primjer pripreme jednog časa rješavanja problemskih zadataka

Podgorica, 2023. godina

PRIPREMA ZA REALIZACIJU ČASA	
Nastavni predmet:	Matematika
Razred:	drugi
Vremenski period:	1 čas
Obrazovno-vaspitni ishodi:	Učenik/učenica će moći da broji, zapisuje brojeve, sabira i oduzima, iskoristi standardne matematičke pojmove.
Ishodi učenja:	Tokom učenja, učenik/ca: -zapisuje dvocifrene brojeve desetica i jedinica; -u jednostavnim slučajevima sabira i oduzima dva broja u skupu broja do 100; -odredi mjesnu vrijednost cifara u zadanom broju.
Pojmovi/sadržaji:	Sabiranje i oduzimanje do 100 (ne prelaze deseticu, npr. $40 + 7$, $47 - 7$, $47 - 40$)
Oblici rada:	Frontalni, individualni, rad u paru i grupni
Metode rada/učenja:	Metoda razgovora, demonstrativna metoda, metoda samostalnog rada učenika.
Korelacija:	CSBH jezik i književnost, Likovna kultura
Realizatorica časa:	Učiteljica: Esmeralda Radonjić
Osnovna škola:	„Oktoih”
TOK NASTAVNOG ČASA	

Aktivnost 1.

Igra „Loto”

Igra se organizuje u parovima. Za igru su potrebne loptice na kojima su ispisani brojevi. Loptice se nalaze u posebnim kutijama, tj. u jednoj kutiji su loptice sa ispisanim jednocifrenim brojevima, a u drugoj sa ispisanim brojevima koji označavaju desetice. Jedan učenik izvlači lopticu desetica, drugi učenik lopticu jedinica. Pokazuju ostalim učenicima brojeve koje su izvukli.

Njihov zadatak je da opišu ta dva broja, da zapišu taj dvocifreni broj koji se sastoji od desetica i jedinica, zatim da taj broj zapišu preko zbira desetica i jedinica, potom oduzimanje od dvocifrenog broja svih njegovih jedinica i svih njegovih desetica.

Npr. 47, $40 + 7$, $47 - 7$, $47 - 40$.

Aktivnost 2.

Igra „Matematički diktat”

Čitam diktat, a učenici usmeno rješavaju zadatke. Rješenje je napisano na balonima. Jedan učenik odgovara drugi izlazi i nalazi rješenje, a treći buši balon. U balonima se nalaze karamele za učenika koji je dao odgovor, onoga koji je našao rješenje i učenika koji buši balon. Učestvuju svi učenici. (Prilog 1)

Aktivnost 3.

Igra „Cilj je red brzi“

Zadaci su ispisani na papiru A3 formata, posebno za svaku grupu. Zadatak učenika je da po jedan iz svake grupe riješi svoj zadatak, drug do njega nastavlja i tako redom. Odgovore zapisuju u „lancu sabiranja i oduzimanja”. Pobjeđuje ona ekipa koja prva tačno izračuna „lanac”. (Prilog 2)

Aktivnost 4.

Učenici su podijeljeni u šest grupa. Svaka grupa dobija po dva zadatka. Prvi zadatak je da na osnovu izraza sastave tekstualni zadatak. Drugi zadatak im je da riješe tekstualni zadatak. Kada završe, iz svake grupe po jedan učenik čita zadatak i govori rješenje zadatka. (Prilog 3)

Aktivnost 5.

Lijepe nastavni listić za domaći zadatak i slušaju objašnjenje.

Igra „Šta je to?”

Odgovaraju na pitanje: Šta može da padne u vodu, a da se ne pokvasi?

Rješavaju zadatak tako što zamjenjuju svaki broj iz prve tabele zbirom desetica i jedinica iz druge tabele. Zatim iz druge tabele prema tim sabircima na presjeku reda i kolone nalaze slovo. Sastavljaju slova i dobijaju odgovor na pitanje. Odgovor je SJENKA. (Prilog 4)

Prilog 1

Математички диктат

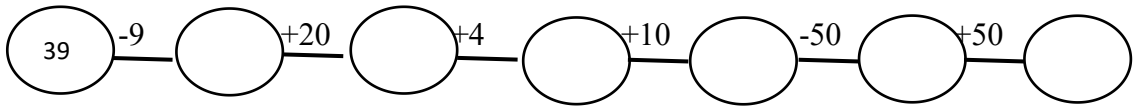
1. Број 50 увећај за 6.
2. Који је број за 5 већи од броја 60?
3. Броју 30 додај 8.
4. Који број је за 7 мањи од 77?
5. Број 88 умањи за 8.
6. Први сабирак је 40, а други 9. Израчунај збир.
7. Умањеник је 98, умањилац 8. Израчунај разлику.
8. Од највећег двоцифреног броја, одузми највећи једноцифрени број.
9. На полици је било 26 књига. Ученици су понијели 20 књига да се чита. Колико је књига остало на полици?
10. Марко има 32 године, Емина 10, а Зоран 5. Колико укупно имају година?

Rješenja:

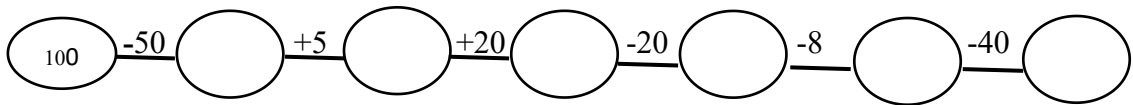
1. Број 50 увећај за 6. $50 + 6 = 56$
2. Који је број за 5 већи од броја $5 + 60 = 65$
3. Броју 30 додај 8. $30 + 8 = 38$
4. Који број је за 7 мањи од 77? $77 - 7 = 70$
5. Број 88 умањи за 8. $88 - 8 = 80$
6. Први сабирак је 40, а други 9. Израчунај збир. $40 + 9 = 49$
7. Умањеник је 98, умањилац 8. Израчунај разлику. $98 - 8 = 90$
8. Од највећег двоцифреног броја, одузми највећи једноцифрени број. $99 - 9 = 90$
9. На полици је било 26 књига. Ученици су понијели 20 књига да се чита. Колико је књига остало на полици?
 $26 - 20 = 6$
10. Марко има 32 године, Емина 10, а Зоран 5. Колико укупно имају година?
 $32 + 10 + 5 = 47$

Prilog 2

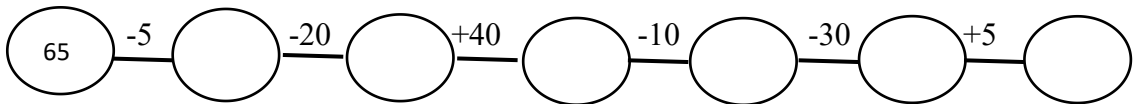
Прва група



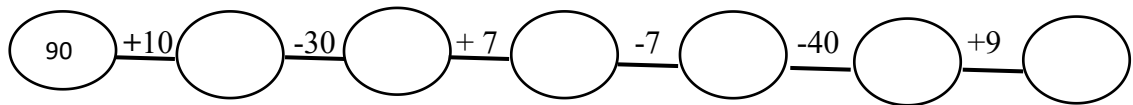
Друга група



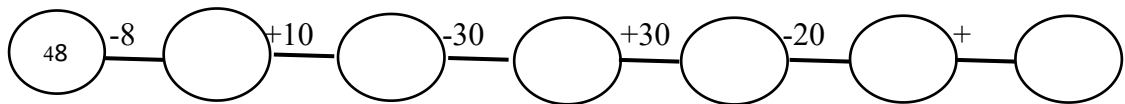
Трећа група



Четврта група



Пета група

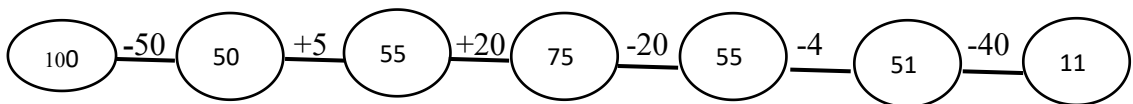


Rješenja

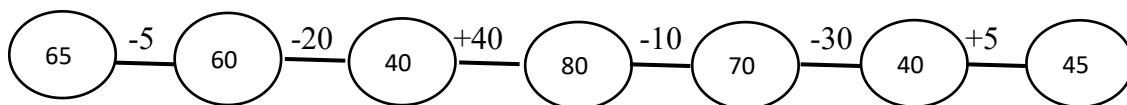
Прва група



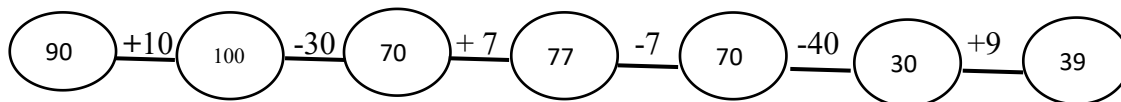
Друга група



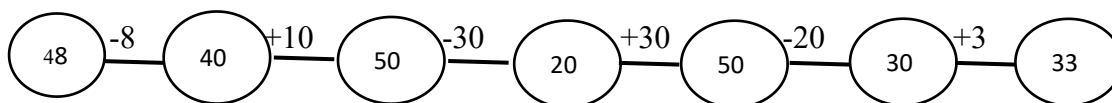
Трећа група



Четврта група



Пета група



Prilog 3

Прва група

1. Састави текстуални задатак о птицама, на основу датог израза: $60 + 4$.

2. Миличин прајед има 88 година, а њена прабаба је 8 година млађа од праједа.
Колико Миличина прабаба има година?

Рјешење:

Одговор:

Друга група

1. Састави текстуални задатак о птицама, на основу датог израза: $57 - 7$.

2. Тата има 49 година. Мама је млађа од тате 9 година. Колико мама има година?

Рјешење:

Одговор:

Трећа група

1. Састави текстуални задатак о птицама, на основу датог израза: $44 - 40$.

2. Мајка је старија од кћери 30 година. Кћери је сада 8 година. Колико мајка има година?

Рјешење:

Одговор:

Четврта група

1. Састави текстуални задатак о птицама, на основу датог израза: $70 + 9$.

2. Брат има 29 година. Сестра је млађа од брата 9 година. Колико сестра има година?

Рјешење:

Одговор:

Пета група

1. Састави текстуални задатак о птицама, на основу датог израза: 55 - 50.

2. Стриц има 45 година. Стрина је старија од стрица 10 година. Колико стрина има година?

Рјешење:

Одговор:

Рјешења:

Прва група

3. Састави текстуални задатак о птицама, на основу датог израза: $60 + 4$.

У једном јату има 60 птица, још 4 су долетјеле. Колико сада има птица у јату?

4. Миличин прајед има 88 година, а њена прабаба је 8 година млађа од праједа.

Колико Миличина прабаба има година?

Рјешење: $88 - 8 = 80$

Одговор: Прабаба има 80 година.

Друга група

1. Састави текстуални задатак о птицама, на основу датог израза: $57 - 7$.

У једном јату има 57 птица, одлетјело је 7. Колико је птица остало ?

2. Тата има 49 година. Мама је млађа од тате 9 година. Колико мама има година?

Рјешење: $49 - 9 = 40$

Одговор: Мама има 40 година.

Трећа група

1. Састави текстуални задатак о птицама, на основу датог израза: $44 - 40$.

У једном јату има 44 птица, одлетјело је 40. Колико је остало птица?

2. Мајка је старија од кћери 30 година. Кћери је сада 8 година. Колико мајка има година?

Рјешење: $30 + 8 = 38$

Одговор: Мајка има 38 година.

Четврта група

1. Састави текстуални задатак о птицама, на основу датог израза: $70 + 9$.

У једном јату има 70 птица, још 9 је долетјело. Колико је птица сада?

2. Брат има 29 година. Сестра је млађа од брата 9 година. Колико сестра има година?

Рјешење: $29 - 9 = 20$

Одговор: Сестра има 20 година.

Пета група

1. Састави текстуални задатак о птицама, на основу датог израза: $55 - 50$.

У једном јату има 55 птица, одлетјело је 50. Колико је остало птица?

2. Стриц има 45 година. Стрина је старија од стрица 10 година. Колико стрина има година?

Рјешење: $45 + 10 = 55$

Одговор: Стрина има 55 година.

Prilog 4

	4	5	7
80	C	Л	E
50	J	K	M
20	A	O	H

84	54	87	27	55	24

Rješenja:

	4	5	7
80	C	Л	E
50	J	K	M
20	A	O	H

$$80 + 4 = 84 \text{ C}$$

$$50 + 4 = 54 \text{ J}$$

$$80 + 7 = 87 \text{ E}$$

$$20 + 7 = 27 \text{ H}$$

$$50 + 5 = 55 \text{ K}$$

$$20 + 4 = 24 \text{ A}$$

84	54	87	27	55	24
C	J	E	H	K	A

II METODOLOŠKA ISTRAŽIVANJA

1. Problem i predmet istraživanja

Da bi se ostvarilo uspješno rješavanje problemskih zadataka u početnoj nastavi matematike potrebno je primjenjivati nastavu problemskog tipa. U procesu problemske nastave učenik je stalno u napetoj situaciji. Zadatak učenika jeste da nađu rješenje matematičkog problema. Tokom rješavanja matematičkog problema učenici se susreću sa preprekama, teškoćama i spornim situacijama koje uspješno prevazilaze uz upustvo učitelja. Zadatak učitelja je da učenika podsjeti na pojmove i pravila koji obuhvataju taj problem, ne kazujući učeniku rješenje problema, već ga podstiču i navode da sam dođe do rješenja.

Problemska nastava ne smije postati sama sebi svrha, već efikasno sredstvo intelektualnog razvoja učenika, učenika koji će znati da misli, uči, razvija se i usavršava na najracionalniji način.

Predmet ovog istraživanja jeste: Utvrditi uspješnost rješavanja problemskih zadataka u početnoj nastavi matematike.

2. Cilj i zadaci istraživanja

Glavni motiv za sprovođenje ovog istraživanja jeste mala zastupljenost problemskih zadataka u početnoj nastavi matematike. Izvjesno je da učitelji imaju značajnu ulogu u procesu rješavanja problemskih zadataka u početnoj nastavi matematike. Postoji veliki broj mogućnosti za usvajanje problemskih zadataka u svakodnevnim aktivnostima u školi.

Polazeći od odabranog predmeta, cilj ovog istraživanja jeste: Utvrditi u kojoj mjeri učitelji planiraju i realizuju rješavanje problemskih zadataka u početnoj nastavi matematike, te na osnovu toga uporediti dobijene rezultate sa rezultatima uspješnog rješavanja problemskih zadataka od strane učenika.

Na osnovu ovako formulisanog cilja izveli smo sljedeće istraživačke zadatke:

- utvrditi da li učitelji planiraju časove matematike u kojima primjenjuju problemski model nastave;
- utvrditi da li se učitelji posebno pripremaju za primjenu problemske nastave u početnoj nastavi matematike;
- ispitati da li učitelji organizuju etapno rješavanje problemskih zadataka u početnoj nastavi matematike;
- ispitati da li učitelji kontrolišu rješavanje problemskih zadataka u početnoj nastavi matematike;
- utvrditi uspješnost rješavanja problemskih zadataka od strane učenika prvog, drugog i trećeg razreda.

3. Istraživačke hipoteze

Na osnovu cilja istraživanja, **glavnu hipotezu** definisaćemo na sljedeći način:

- Pretpostavlja se da učitelji ne vrše stalnu primjenu planiranja i realizovanja problemskih zadataka u početnoj nastavi matematike.

Sporedne hipoteze:

- Pretpostavlja se da učitelji ne vrše stalnu primjenu planiranja problemskih zadataka u početnoj nastavi matematike.
- Pretpostavlja se da sučitelji ne vrše stalno pripremnje za primjenu problemskih zadataka u početnoj nastavi matematike.
- Pretpostavlja se da učitelji ne organizuju etapno rješavanje problemskih zadataka u početnoj nastavi matematike.
- Pretpostavlja se da učitelji ne kontrolišu rješavanje problemskih situacija u početnoj nastavi matematike.
- Pretpostavlja se da su učenici prvog, drugog i trećeg razreda uspješni u rješavaju problemskih zadataka iz matematike.

4. Definisanje varijabli

Nakon postavljanja hipoteza u istraživanju smo definisali varijable ili promjenljive.

- Najprije smo definisali **nezavisnu varijablu** koja glasi: Utvrditi u kojoj mjeri učitelji planiraju

i realizuju rješavanje problemskih zadataka u početnoj nastavi matematike i uporediti rezultate sa dobijenim rezultatima učenika.

U pedagoškoj teoriji i praksi sve više se ističe učenje putem rješavanja problema kao efikasan oblik intelektualnog vaspitanja učenika. Ono se odlikuje visokim stepenom motivisanosti za učenje. Sa vaspitnog stanovišta ono ima veoma važnu ulogu u osamostaljivanju učenika u radu, u usvajanju metoda i tehnika intelektualnog rada, u razvijanju smisla za istraživanje.

- Na osnovu navedenog kao **zavisnu varijablu** istakli smo: Poboljšanje znanja učenika tokom

primjene rješavanja problemskih zadataka u početnoj nastavi matematike, kroz adekvatno planiranje i realizaciju problemske nastave.

Rješavajući problemske zadatke u matematici učenici povećavaju svoj obrazovni učinak, stiču opšti nivo znanja, poboljšavaju trajnost stečenih znanja, povećavaju primjenljivost stečenih znanja itd. Rješavajući zadatke učenik treba samostalno da razmišlja i zaključuje, što doprinosi tome da znanja, vještine i navike postanu trajna svojina učenika, a istovremeno podstiče razvoj apstraktnog mišljanja.

5. Metodički pristup

U ovom istraživanju korišćena su tri pristupa:

- ◆ RACIONALNO – DEDUKTIVNI
- ◆ EMPIRIJSKO – INDUKTIVNI
- ◆ MATEMATIČKO – STATISTIČKI

Racionalno-deduktivni pristup je dominirao u teorijskom dijelu projekta, empirijsko-induktivni u dijelu neposredne primjene instrumenata i prikupljanja podataka, dok je u dijelu obrade rezultata dominirao matematičko-statistički pristup. U fazi diskusije i interpretacije rezultata i izvođenja zaključaka zakonomjerno su se smjenjivala i komplementarno dopunjala sva tri naučno-istraživačka pristupa.

6. Karakter i značaj istraživanja

Značaj ovog istraživanja jeste u tome da se ukaže da rješavanje problemskih zadataka u početnoj nastavi matematike može uticati na razvoj kreativnog mišljenja učenika. Takođe, imaće značaj za unapređivanje vaspitno-obrazovne prakse i veću zastupljenost problemske nastave u početnoj nastavi matematike. Dobijeni rezultati bi mogli pozitivno uticati na učitelje/učiteljice u smislu mijenjanja stava o značaju, efektima i mogućnostima obrade sadržaja na problemski način.

Ovo istraživanje ima primijenjeni karakter.

6. Uzorak i populacija

Uzorak istraživanja je dio populacije ili podskup osnovnog skupa.

U istraživanju su učestvovali učitelji različitog radnog iskustva, a pol ispitanika nećemo uzimati u obzir pri statističkom zaključivanju, pošto većinu učitelja u Crnoj Gori čine osobe ženskog pola (Žene i muškarci u Crnoj Gori, 2018).

Istraživanje se realizovalo na uzorku od 150 učitelja i oko 200 učenika tj. po tri odjeljenja prvog, drugog i trećeg razreda iz sve tri crnogorske regije.

8. Metode, tehnike i instrumenti

U ovom istraživanju primijenjena je metoda teorijske analize u procesu definisanja problema, predmeta, cilja, istraživačkih zadataka i istraživačkih hipoteza. Deskriptivna metoda je poslužila prilikom identifikacije stava učitelja prema planiranju rješavanja problemskih zadataka u početnoj nastavi matematike. U istraživanju je upotrijebljena i tehnika anketiranja, a mjerni instrument je anketni upitnik za učitelje i nastavni listić za provjeru uspješnog rješavanja problemskih zadataka za učenike prvog, drugog i trećeg razreda. Za izvođenje zaključaka i prezentovanje rezultata istraživanja primijenjena je induktivno-deduktivna metoda.

Istraživanje je sprovedeno u tri odabrane škole.

Anketni upitnik je anonim i zatvorenog tipa, sastoji se iz dva dijela: prvi dio – opšti podaci učitelja/učiteljica (npr. godine radnog iskustva), a drugi dio obuhvataju pitanja zatvorenog tipa koja se odnose na problem istraživanja.

Nastavni listić je anonim. Pomoću njega utvrdili smo stanje znanja, sposobnosti učenika i rezultate vaspitno-obrazovnog rada uz primjenu problemskih zadataka u početnoj nastavi matematike.

7. Preliminarno (sondažno) istraživanje

Prije nego što je obavljeno istraživanje, anketni upitnik je isproban na uzorku od tri učiteljice OŠ „Oktoih“, kako bi se procijenio kvalitet ovog instrumenta, odnosno kako bi se utvrdilo koliko su pitanja jasna i koliko je vremena potrebno za njihovo popunjavanje. Takođe, uz pomoć istih učiteljica provjerili smo da li nastavni listići za učenike prvog, drugog i trećeg razreda imaju zadovoljavajuće metrijske karakteristike problemske nastave.

Rezultati do kojih smo došli su preliminarni.

10. Organizacija i tok istraživanja

Nakon proučavanja dostupne literature i upoznavanja sa predmetom istraživanja, pristupili smo samom toku istraživanja. Ispitivanje je sprovedeno krajem maja i početkom juna 2023. godine i na taj način su utvrđeni stavovi učitelja/učiteljica o planiranju i realizaciji problemske nastave u početnoj nastavi matematike i da li učenici uspješno rješavaju zadatke problemskog tipa.

Neposredno nakon toga pristupili smo statističkoj obradi dobijenih rezultata, kao i njihovoj interpretaciji i diskusiji.

11. Statistička obrada podataka

S obzirom na to da sam kao instrument istraživanja koristila anketni upitnik zatvorenog tipa i nastavni listić, dobijeni rezultati su predstavljani kvantitativno. Dobijene podatke sam unijela u tabele i grafikone.

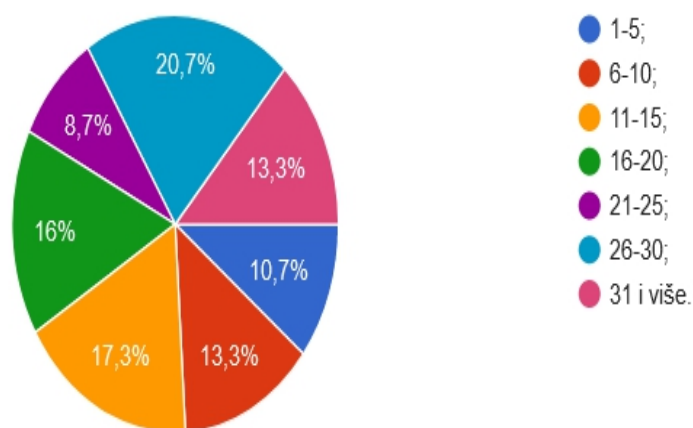
Tako dobijeni podaci su analizirani, statistički obrađeni i izraženi u procentima. Rezultati istraživanja su predstavljani tekstualno i grafički.

III OBRADA, INTERPRETACIJA I DISKUSIJA DOBIJENIH REZULTATA

1. Rezultati istraživanja

U ovom dijelu rada istaknuti su rezultati dobijeni poslije realizacije empirijskog istraživanja. Istraživanje je realizovano na uzorku od 150 učitelja/učiteljica i 200 učenika/učenica, tj. po tri odjeljenja prvog, drugog i trećeg razreda iz sve tri crnogorske regije.

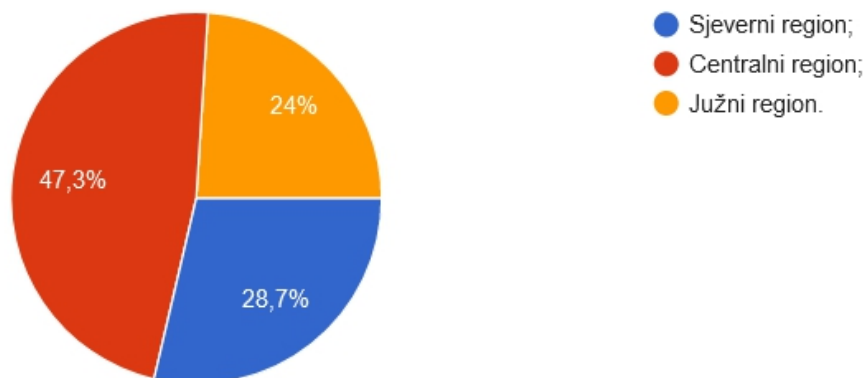
- **Uzorak ispitanika prema radnom iskustvu**



Dijagram 1

Iz ovog prikaza može se utvrditi da je broj anketiranih učitelja/učiteljica različitog radnog iskustva. Najviše je anketirano učitelja/učiteljica sa radnim iskustvom od 1 do 5 godina i to 20,7%, a najmanje od 21 do 25 godine – 8,7 %, dok ostali rezultati imaju približne vrijednosti .

- **Uzorak ispitanika prema regijama**



Dijagram 2

Mjerenjem su obuhvaćene sve tri regije Crne Gore da bi se dobili podaci koji pokazuju u kojoj mjeri učitelji/učiteljice planiraju i realizuju rješavanje problemskih zadataka u početnoj nastavi matematike na nivou države. Iz dijagrama se vidi da je centralni region najzastupljeniji, ali je to opravdano s obzirom na to da se u njemu nalazi skoro polovina osnovnih škola u Crnoj Gori.

- **Struktura istraživačkog uzorka učenika**

Redni broj	Naziv škola	I razred	II razred	III razred	Broj učenika
1.	OŠ „Jugoslavija“ Bar	22	20	25	67
2.	OŠ „Oktoih“ Podgorica	22	24	26	72
3.	OŠ „Risto Ratković“ Bijelo Polje	19	23	19	61
Ukupno:		63	67	70	200

Tabela 1

Prije početka testiranja učenici su upoznati sa načinom i metodama testiranja. Takođe, sa realizacijom istraživanja bili su upoznati učitelji, kao i roditelji učenika koji su dali saglasnost da njihova djeca mogu učestvovati u ovom istraživanju. Istraživanje je sprovedeno u navedenim školama.

Polazeći od predmeta, cilja, zadataka i istraživačkih hipoteza, pitanja u anketnom upitniku i rezultati nastavnih listića svrstani su u šest grupa. Rezultati su obrađeni tako što je prvo navedeno pitanje iz upitnika i zadaci sa nastavnih listića za prvi, drugi i treći razred. Nakon toga su dobijeni odgovori prikazani tabelarno (brojčano i procentualno), grafički i tekstualno. Na kraju svake grupe pitanja, odnosno poslije svakog nastavnog listića, slijedi kratka diskusija dobijenih rezultata.

Pitanja koja obuhvataju različite aspekte definisanog predmeta istraživanja možemo svrstati u nekoliko kategorija:

- planiranje nastavnih sadržaja na problemski način, obuhvata 3. i 4. pitanje u anketnom listiću;
- priprema učitelja za realizaciju problemske nastave u početnoj nastavi matematike – 5, 6, 7 i 10. pitanje;
- organizacija etapnog rješavanja problemskih zadataka u početnoj nastavi matematike, obuhvata pitanja 9 i 13;
- evaluacija nakon časa primjene problemskog modela nastave, pitanja 11 i 12;
- mišljenje ispitanih učitelja i učiteljica o mogućim aktivnostima učenika tokom rješavanja problemskih zadataka, obuhvata pitanje pod brojem 14;
- uspješnost učenika prvog, drugog i trećeg razreda u rješavanju problemskih zadataka iz matematike, obuhvata 8. pitanje, kao i rezultate urađenih nastavnih listića.

Napomena: 1. i 2. pitanje u anketi odnose se na godine radnog iskustva i regiju iz koje ispitanici dolaze.

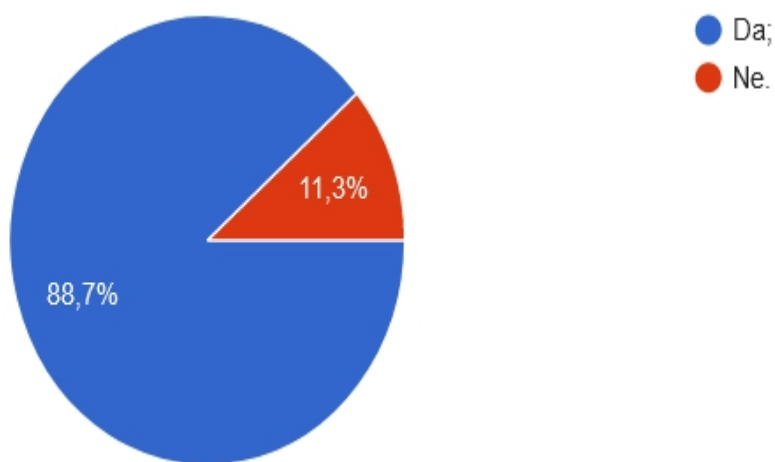
2. Planiranje nastavnih sadržaja na problemski način

(Pitanja 3 i 4 u anketnom listiću odnose se na ovu oblast.)

- Da li organizujete izučavanje nastavnih sadržaja iz matematike na problemski način?

Mogući odgovori	Da	Ne	Ukupno
Broj	133	17	150
%	88,7	11,3	100

Tabela 2



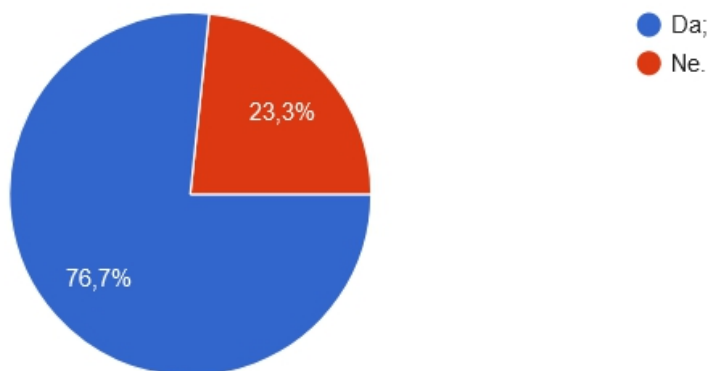
Dijagram 3

Iz tabele i dijagrama vidimo da 133 učitelja/učiteljice ili 88,7 % organizuje izučavanje nastavnih sadržaja iz matematike na problemski način, a 17 ispitanika, odnosno 11,3 % ne organizuje nastavu iz matematike na problemski način. Ovi podaci nas navode na zaključak da se problemska nastava organizuje u prvom ciklusu osnovne škole.

- Smatrate li da bi nastava problemskog tipa u početnoj nastavi matematike trebala stalno da se organizuje?

Mogući odgovori	Da	Ne	Ukupno
Broj	115	35	150
%	76,7	23,3	100

Tabela 3



Dijagram 4

U ovom slučaju rezultat pokazuje da 115 učitelja/učiteljica, odnosno 76,7 % smatra da bi nastava problemskog tipa u početnoj nastavi matematike trebala stalno da se organizuje, dok njih 35, odnosno 23,3%, smatra da nastava problemskog tipa u početnoj nastavi matematike ne bi trebala stalno da se organizuje.

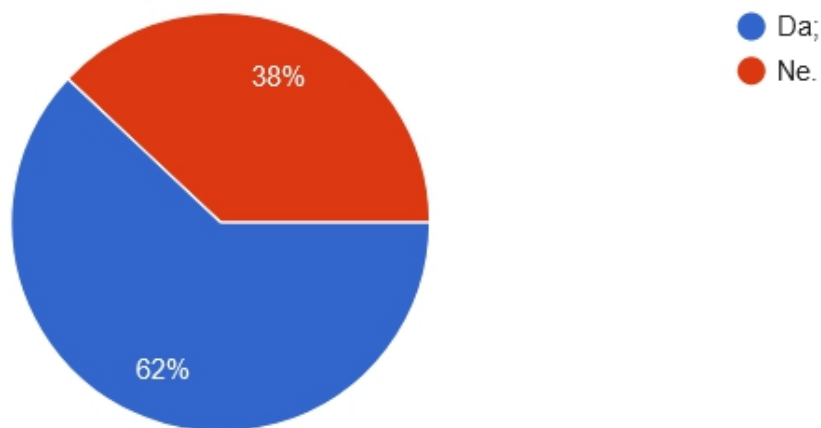
3. Pripremanje učitelja za realizaciju problemske nastave

(Obuhvata 5, 6, 7. i 10. pitanje u anketnom listiću)

- Zahitjeva li problemska nastava veću stručnu osposobljenost učitelja/učiteljice?

Mogući odgovori	Da	Ne	Ukupno
Broj	93	57	150
%	62	38	100

Tabela 4



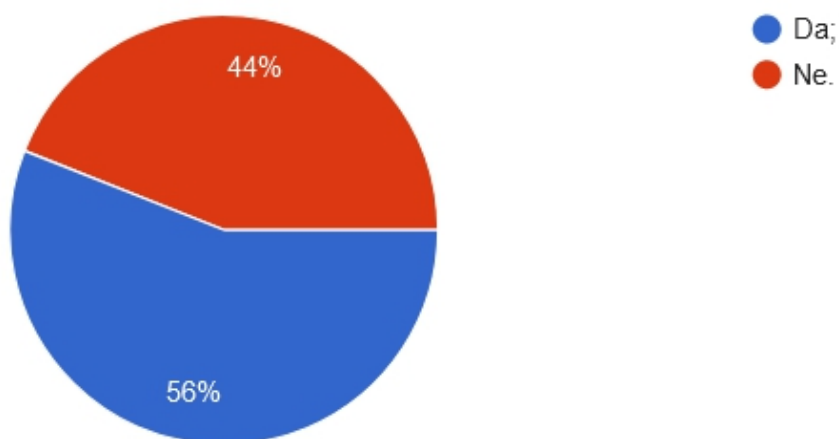
Dijagram 5

Iz dobijenih rezultata vidimo da 93 ispitanika, tj. 62 % smatra da problemska nastava zahtjeva veću stručnost učitelja/učiteljice, a 57 ili 38 % njih tvrdi da nije potrebna veća stručna osposobljenost učitelja/učiteljice.

- Smatrate li da su učiteljima/učiteljicama potrebna dodatna znanja za organizaciju problemskih zadataka?

Mogući odgovori	Da	Ne	Ukupno
Broj	84	66	150
%	56	44	100

Tabela 5



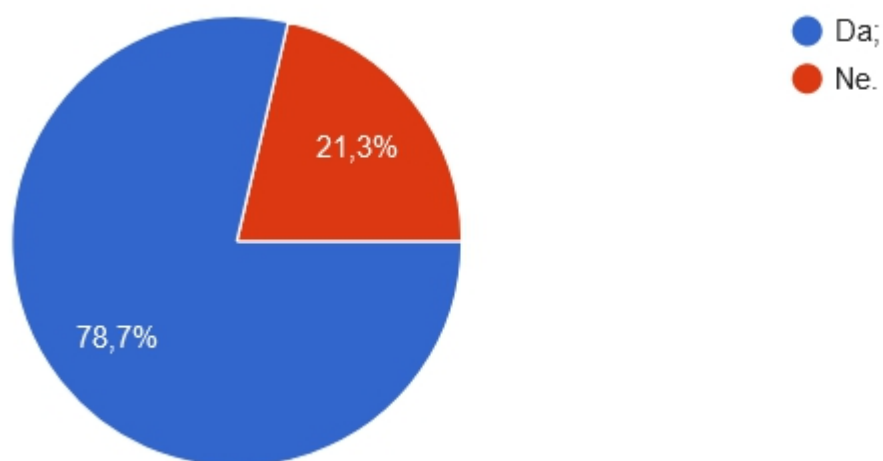
Dijagram 6

Na osnovu rezultata vidimo da su mišljenja ispitanika prilično podijeljena. 84 učitelja/učiteljice, odnosno 56 % , smatra da su potrebna dodatna znanja za organizaciju problemskih zadataka, dok njih 66 ili 44 % tvrdi da učiteljima/učiteljicama nijesu potrebna dodatna znanja za organizaciju problemskih zadataka.

- Treba li više vremena za pripremu i realizaciju problemske nastave?

Mogući odgovori	Da	Ne	Ukupno
Broj	118	32	150
%	78,7	21,3	100

Tabela 6



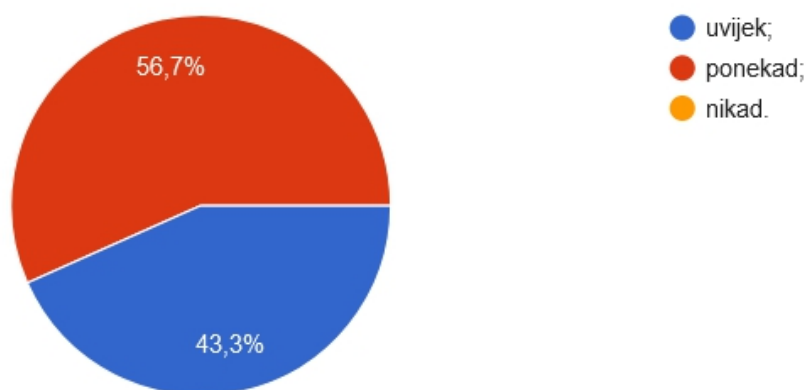
Dijagram 7

Dobijeni rezultati pokazuju da 118 učitelja/učiteljica, odnosno 78,7% smatra da treba više vremena za pripremu i realizaciju problemske nastave u odnosu na organizaciju tradicionalne nastave, dok 32 ili 21,3% smatra da nije potrebno dodatno vrijeme za realizaciju problemske nastave.

- Da li detaljno planirate problemske situacije?

Mogući odgovori	uvijek	ponekad	nikad	ukupno
Broj	65	85	0	150
%	43,3	56,7	0	100

Tabela 7



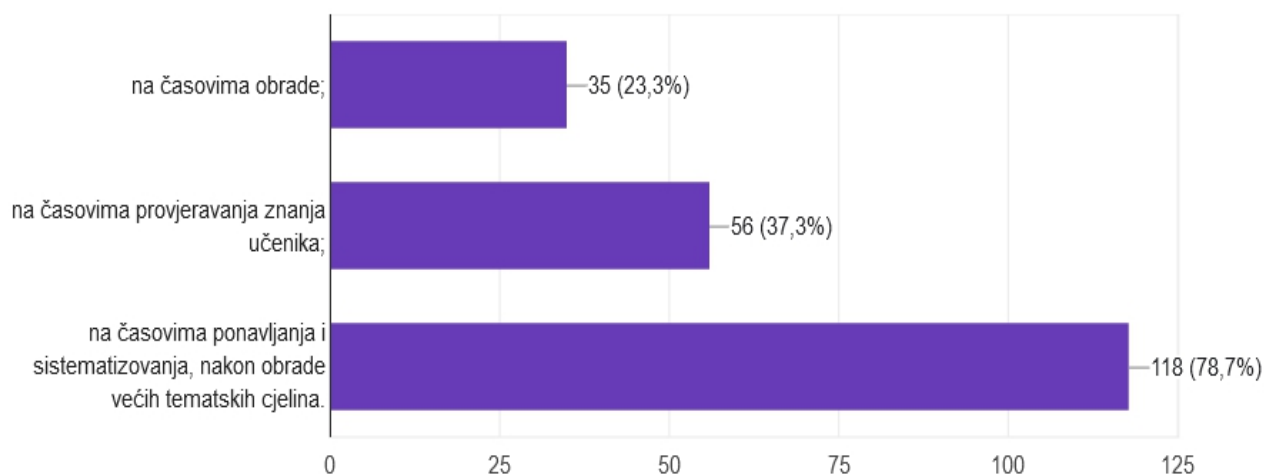
Dijagram 8

Iz tabele i dijagrama vidimo da većina učitelja/učiteljica, odnosno 65 ili 43,3% uvijek detaljno planira problemske situacije; 85, odnosno 56,7% ponekad, a nema odgovora da nikada ne planiraju problemske situacije.

4. Organizovanje etapnog rješavanja problemskih zadataka

(9. i 13. pitanje u anketnom listiću)

- Rješavanje problemskih zadataka najčešće organizujete (možete zaokružiti najviše dva odgovora):



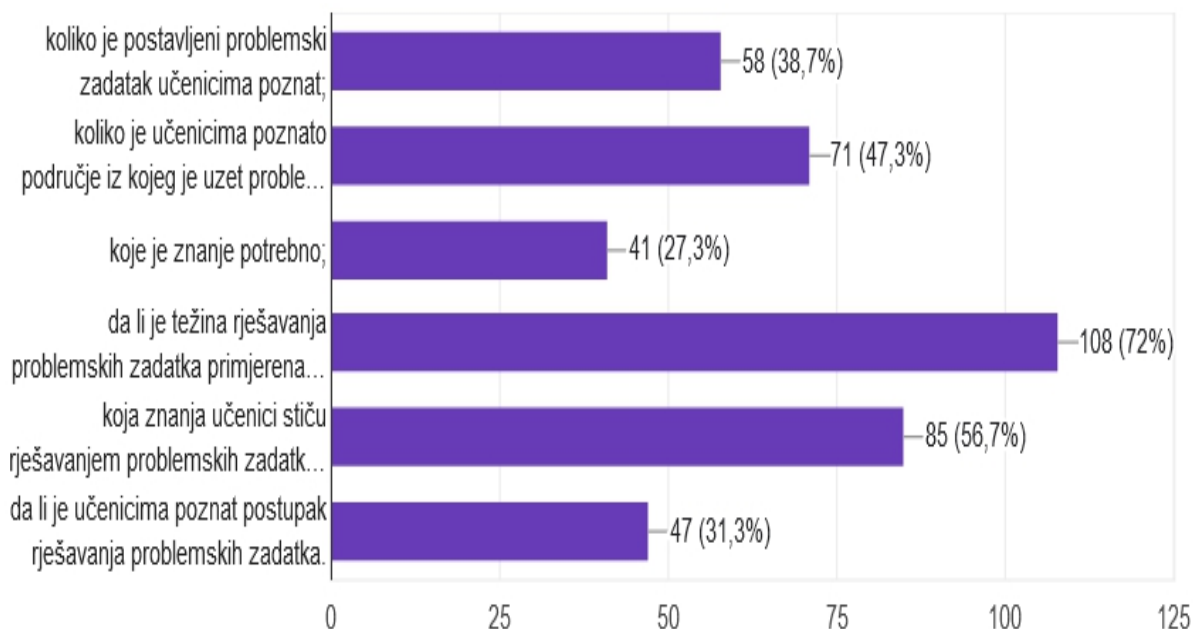
Dijagram 9

Na osnovu dobijenih rezultata možemo zaključiti da većina učitelja/učiteljica, njih 118, odnosno 78,7% organizuje problemsku nastavu na časovima ponavljanja i sistematizovanja nakon obrade nekih tematskih cjelina. Problemsku nastavu često primjenjuju i na časovima provjere znanja–56 učitelja/učiteljica, odnosno 37,3%, a na časovima obrade svega 35 ispitanika, odnosno 23.3%.

- Koje kriterijume najčešće uzimate u obzir prilikom izbora problemskih zadataka u početnoj nastavi matematike (zaokružiti najviše tri odgovora):
 - a) koliko je postavljeni problemski zadatak učenicima poznat;
 - b) koliko je učenicima poznato područje iz kojeg je uzet problemski zadatak;
 - c) koje je znanje potrebno;
 - č) da li je težina rješavanja problemskih zadataka primjerena sposobnostima učenika;

ć) koja znanja učenici stiču rješavanjem problemskih zadataka i da li će imati koristi od toga,

d) da li je učenicima poznat postupak rješavanja problemskih zadataka?



Dijagram 10

Na osnovu dobijenih rezultata možemo zaključiti da su kriterijumi koji se uzimaju u obzir prilikom izbora problema raznovrsni. Najčešći kriterijum koji učitelji/učiteljice uzimaju u obzir jeste da li je težina rješavanja problemskih zadataka primjerena sposobnostima učenika 108, odnosno 72%, zatim koja znanja učenici stiču rješavanjem problemskih zadataka i da li će imati koristi od toga 85, odnosno 56,7%. Stav da je važno koliko je učenicima poznato područje iz kojeg je uzet problemski zadatak zauzima 71 ispitanik ili 47,3%; koliko je postavljeni problemski zadatak učenicima poznat, 58 učitelja/učiteljica uzima kao kriterijum ili 38,7%; da li je učenicima poznat postupak rješavanja problemskih zadataka 47 ispitanika, odnosno 31,3% i koje je znanje potrebno za kriterijum uzima 41 učitelj/učiteljica, odnosno 27,3%.

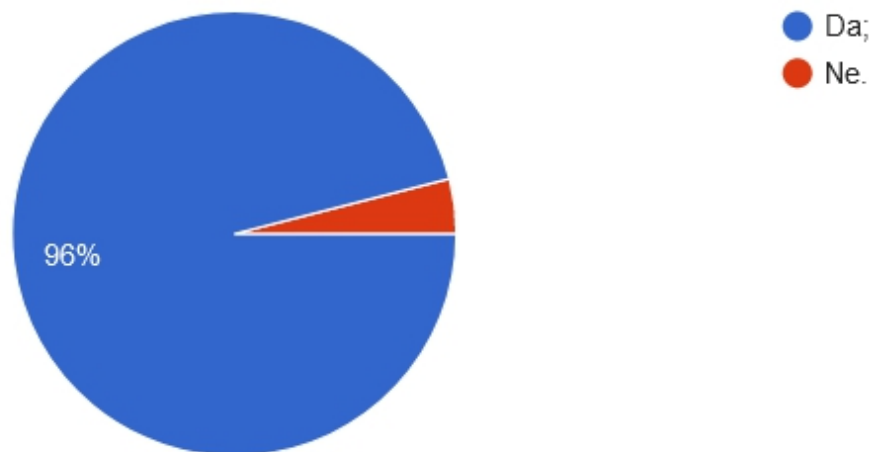
5. Evaluacija nakon časa primjene rješavanja problemskih zadataka

(11. i 12. pitanje u anketnom upitniku)

- Tokom časa pažljivo pratite rješavanje problemskih situacija?

Mogući odgovori	Da	Ne	Ukupno
Broj	144	6	150
%	96	4	100

Tabela 8



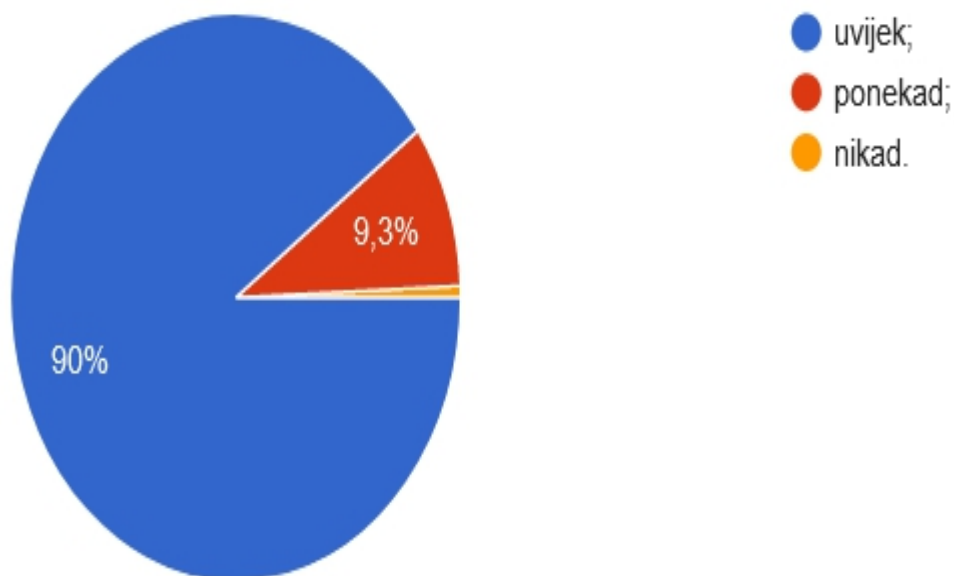
Dijagram 11

Na osnovu dobijenih rezultata može se zaključiti da čak 144 učitelja/učiteljice, odnosno njih 96 % pažljivo prati rješavanje problemskih situacija, dok svega 6 učitelja/učiteljica ili 4%, ne prati pažljivo rješavanje problemskih situacija.

- Komentarišete li dobijena rješenja?

Mogući odgovori	uvijek	ponekad	nikad	ukupno
Broj	135	14	1	150
%	90	9,3	0,7	100

Tab
ela
9



Dijagram 12

Na bazi dobijenih rezultata izvodi se zaključak da se uglavnom komentarišu rješenja, jer čak 135 učitelja/učiteljice, odnosno 90 % uvijek komentariše dobijena rješenja; ponekad 14 ili 9,3%, a samo 1 učitelj/učiteljica, što je 0,7 %, nikada ne komentariše dobijena rješenja.

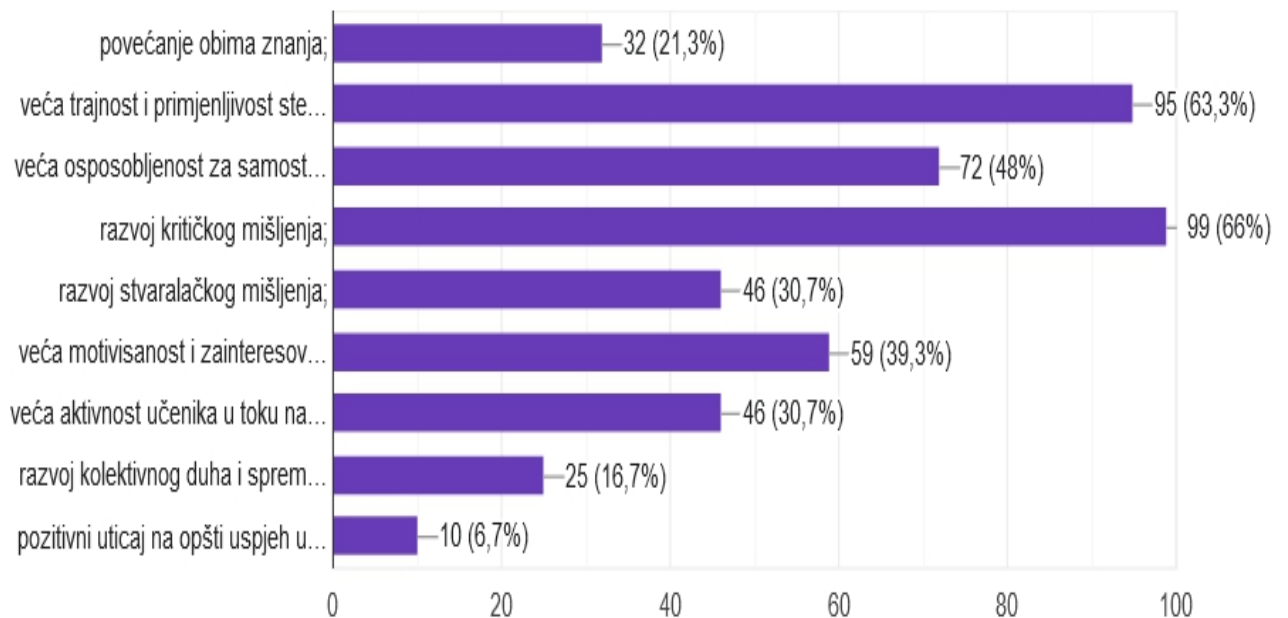
6. Mišljenje učitelja/učiteljica o mogućim aktivnostima učenika tokom rješavanja

problemskih zadataka

(14. pitanje u anketnom listiću)

- Na šta sve utiče rješavanje problemskih zadataka kod učenika (zaokružiti najviše tri odgovora)?

- a) povećanje obima znanja;
- b) veća trajnost i primjenljivost stečenog znanja ;
- c) veća osposobljenost za samostalni rad i učenje;
- č) razvoj kritičkog mišljenja;
- ć) razvoj stvaralačkog mišljenja;
- d) veća motivisanost i zainteresovanost učenika za učenje i nastavu;
- dž) veća aktivnost učenika u toku nastavnog časa;
- đ) razvoj kolektivnog duha i spremnost za saradnju;
- e) pozitivni uticaj na opšti uspjeh učenika?



Dijagram 13

Dobijeni rezultati pokazuju da 99, odnosno 66%, učitelja/učiteljica smatra da pri rješavanju problemskih zadataka učenici razvijaju kritičko mišljenje; 95, odnosno 63,3% tvrdi da pri rješavanju problemskih zadataka učenici imaju veću trajnost i primjenljivost stečenog znanja; 72, odnosno 48% smatra da pri rješavanju problemskih zadataka učenici imaju veću osposobljenost za samostalni rad i učenje; 59, odnosno 39,3% tvrdi da pri rješavanju problemskih zadataka učenici imaju veću motivisanost i zainteresovanost za učenje i nastavu. Interesantno je da isto mišljenje dijeli 46, odnosno 30,7% učitelja/učiteljica o uticaju rješavanja problemskih zadataka kod učenika kroz razvoj stvaralačkog mišljenja i veću aktivnost u toku nastavnog časa. Da rješavanje problemskih zadataka utiče kod učenika na razvoj kolektivnog duha i spremnost za saradnju tvrdi 25, odnosno 16,7% učitelja/učiteljica i njih 10, odnosno 6,7%, smatra da rješavanje problemskih zadataka ima pozitivan uticaj na opšti uspjeh učenika.

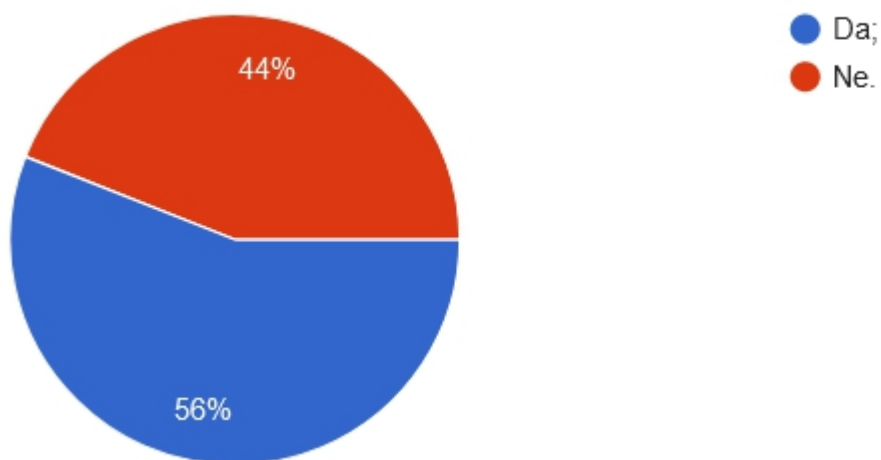
7. Analiza rezultata dobijenih od strane učenika

(Ova oblast obuhvata i 8. pitanje iz anketnog listića)

- Da li nastavu problemskog tipa mogu uspješno da prate i slabiji učenici?

Mogući odgovori	Da	Ne	Ukupno
Broj	84	66	150
%	56	44	100

Tabela 10



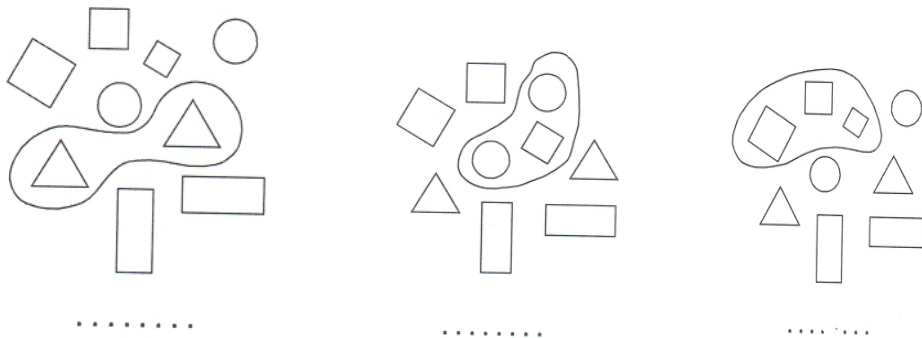
Dijagram 14

Iz dobijenih rezultata vidimo da 84 učitelja/učiteljice, odnosno njih 56 % smatra da nastavu problemskog tipa mogu uspješno da prate i slabiji učenici, dok 66 ili 44 % smatra da nastavu problemskog tipa ne mogu uspješno da prate i slabiji učenici.

U prvom razredu testirana su 63 učenika/učenice.

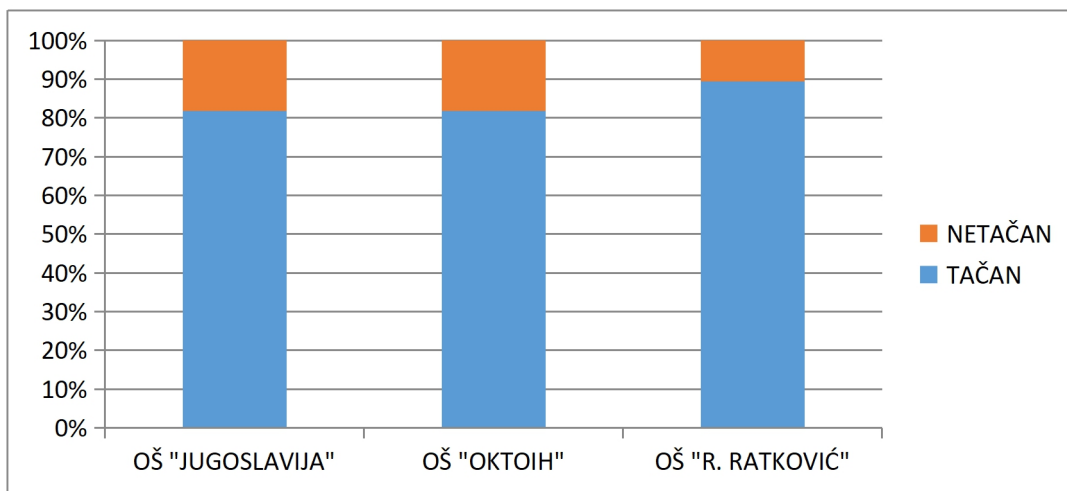
1. zadatak u nastavnom listiću glasi:

Na kom crtežu je zaokružen skup figura istog oblika, a različitih veličina? Ispod njega napiši √.



PRVI RAZRED	TAČAN		NETAČAN		UKUPNO	
OŠ „Jugoslavija“ 2	18	81,18%	4	18,19%	22	100%
OŠ „Oktoih“ 6	18	81,18%	4	18,19%	22	100%
OŠ „Risto Ratković“ 2	17	89,48%	2	10,52%	19	100%

Tabela 11

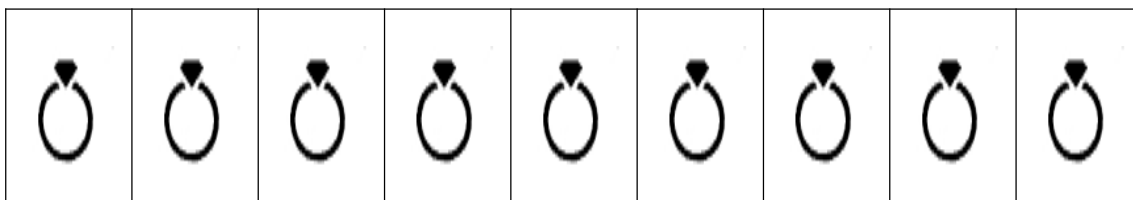


Dijagram 15

Iz tabele i dijagrama vidimo da su prvi zadatak tačno uradila 53 učenika. U OŠ „Jugoslavija” i OŠ „Oktoih” njih 81,18%, dok je u OŠ „Risto Ratković” tačno uradilo zadatak 89,48%. Deset učenika je netačno uradilo zadatak. Na osnovu ovih rezultata može se zaključiti da su učenici prvog razreda uspješno riješili prvi problemski zadatak.

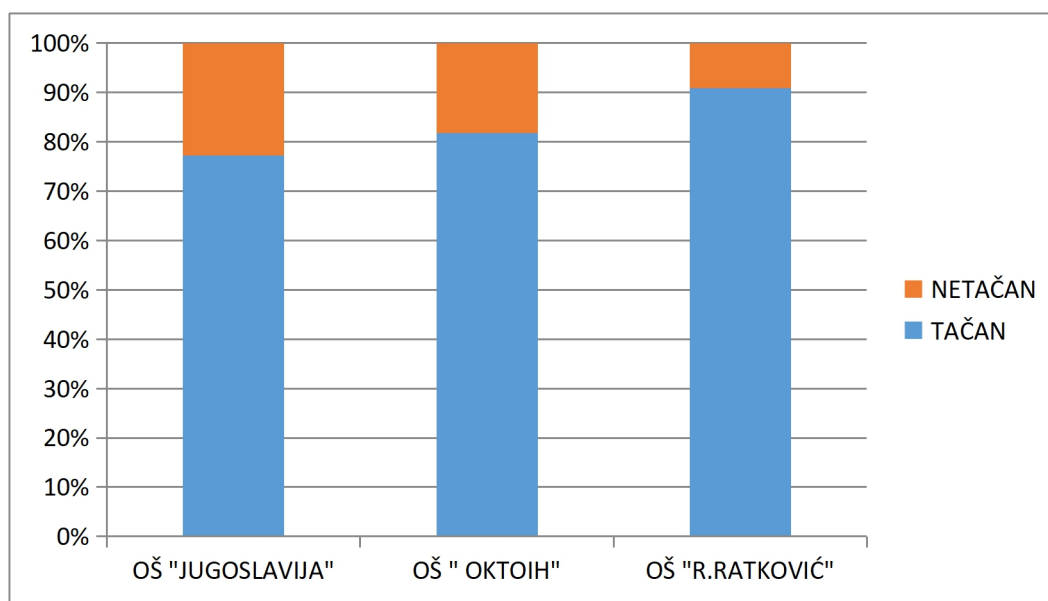
2. zadatak u nastavnom listiću glasi:

U jednom redu je 9 prstenčića. Oboj njihovu unutrašnjost u žutu i zelenu boju, tako da zelenih bude za 1 više od žutih.



PRVI RAZRED	TAČAN		NETAČAN		UKUPNO	
OŠ „Jugoslavija” I 2	17	77,27%	5	22,73%	22	100%
OŠ „Oktoih” I 6	18	81,18%	4	18,19%	22	100%
OŠ „Risto Ratković” I 2	18	94,73%	1	5,27%	19	100%

Tabela 12



Dijagram 16

Dobijeni rezultati pokazuju da su drugi zadatak tačno uradila 53 učenika. U OŠ „Jugoslavija” 17 učenika ili 77,27 %, u OŠ „Oktoih” 18, što je 81,18%, dok je u OŠ „Risto Ratković” tačno uradilo zadatak 94,73% ili njih 17. Ovaj zadatak netačno je uradilo deset učenika. Iz dobijenih rezultata nameće se zaključak da su učenici prvog razreda uspješno riješili drugi problemski zadatak.

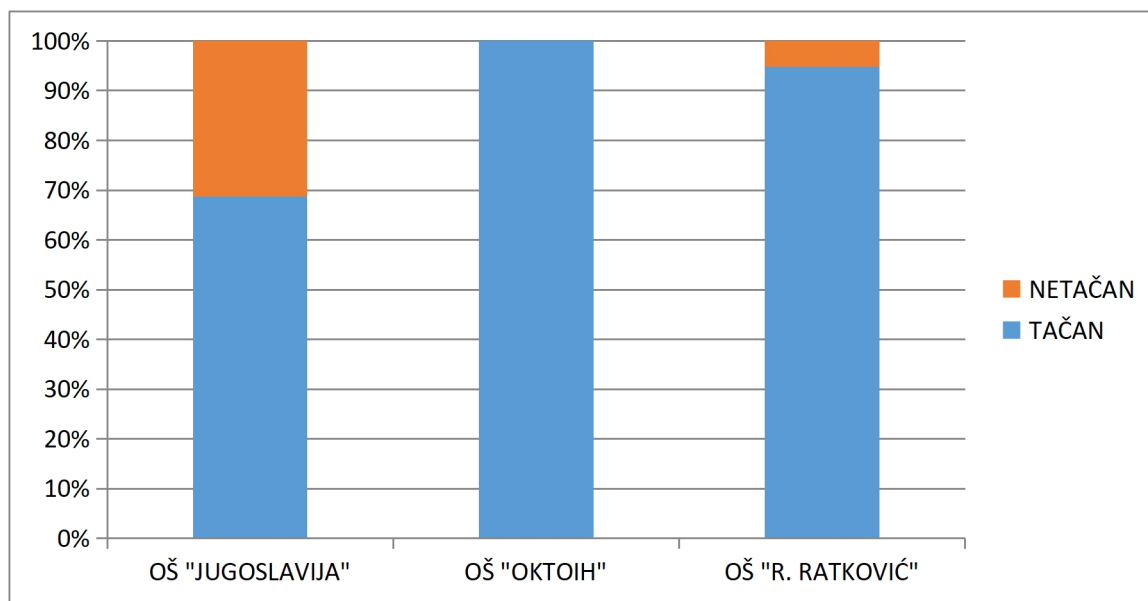
3. zadatak u nastavnom listiću glasi:



U autobusu je bilo 9 putnika. Kada je izašlo nekoliko putnika, u autobusu su ostala 3 putnika. Koliko je putnika izašlo iz autobusa?

PRVI RAZRED	TAČAN		NETAČAN		UKUPNO	
OŠ „Jugoslavija” I 2	20	90,90%	2	9,10%	22	100%
OŠ „Oktoih” I 6	22	100%	0	0%	22	100%
OŠ „Risto Ratković” I 2	18	94,73%	1	5,27%	19	100%

Tabela 13



Dijagram 17

Prikazani rezultati pokazuju da je treći zadatak tačno uradilo 60 učenika od testiranih 63. U OŠ „Jugoslavija” 90,90 %, u OŠ „Oktoih” 100 % i u OŠ „Risto Ratković” tačno je uradilo zadatak njih 94,73 % . Ovaj zadatak netačno su uradila samo tri učenika . Možemo zaključiti da su učenici prvog razreda uspješno riješili i treći problemski zadatak.

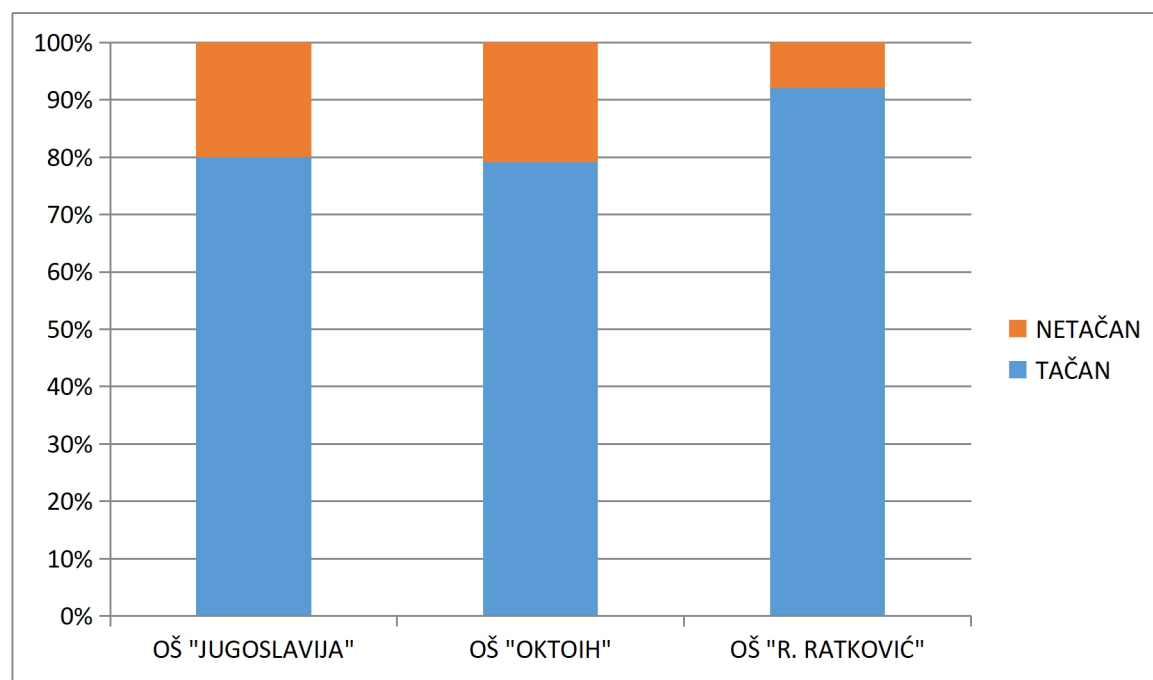
U drugom razredu testirano je 67 učenika/učenica.

1. zadatak u nastavnom listiću glasi:

Ako se nepoznatom broju doda 26, dobije se 56. Koji je to broj?

DRUGI RAZRED	TAČAN		NETAČAN		UKUPNO	
OŠ „Jugoslavija“ II 3	16	80%	4	20%	20	100%
OŠ „Oktoih” II 3	19	79,17%	5	20, 83%	24	100%
OŠ „Risto Ratković”II 1	21	91,30%	2	8.70%	23	100%

Tabela 14



Dijagram 18

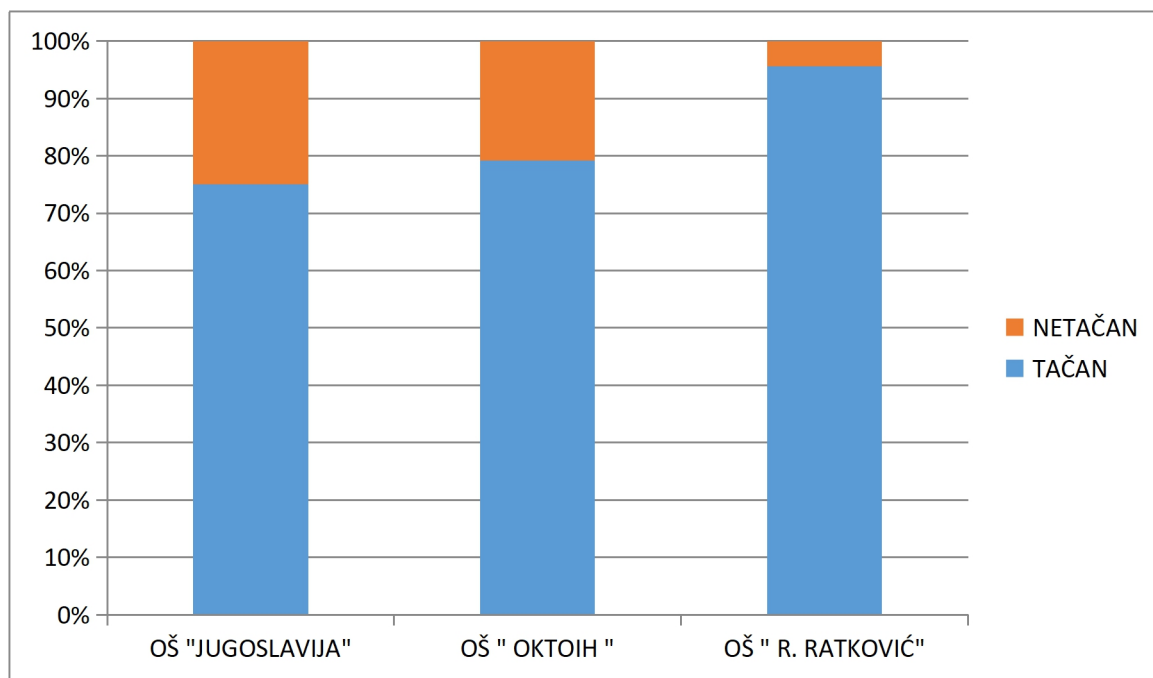
Iz priloženih rezultata vidimo da je prvi zadatak tačno uradilo 56 učenika. U OŠ „Jugoslavija” njih 80 % tačno je uradilo zadatak, u OŠ „Oktoih” 79,17 % i u OŠ „Risto Ratković” tačno je uradilo zadatak 91,30 % . Jedanaest učenika je netačno uradilo zadatak. Na osnovu datih rezultata možemo zaključiti da su učenici drugog razreda uspješno riješili prvi problemski zadatak.

2. zadatak u nastavnom listiću glasi:

Drugi sabirak je najveći broj 5. desetice, a zbir je sljedbenik broja 62. Izračunaj prvi sabirak.

DRUGI RAZRED	TAČAN		NETAČAN		UKUPNO	
OŠ "Jugoslavija" II 3	15	75%	5	25%	20	100%
OŠ "Oktoih" II 3	19	79,17%	5	20,83%	24	100%
OŠ "Risto Ratković" II 1	22	95,66%	1	4,34%	23	100%

Tabela 15



Dijagram 19

Rezultati pokazuju da je 56 učenika tačno uradilo drugi zadatak. U OŠ „Jugoslavija” 75%, odnosno 15 učenika, u OŠ „Oktoih” njih 19 ili 79,17 % i u OŠ „Risto Ratković” tačno su uradila zadatak 22 učenika, što iznosi 95,66%. Jedanaest učenika je netačno uradilo zadatak. Na osnovu ovih rezultata možemo zaključiti da su učenici drugog razreda uspješno riješili drugi problemski zadatak.

3. zadatak u nastavnom listiću glasi:

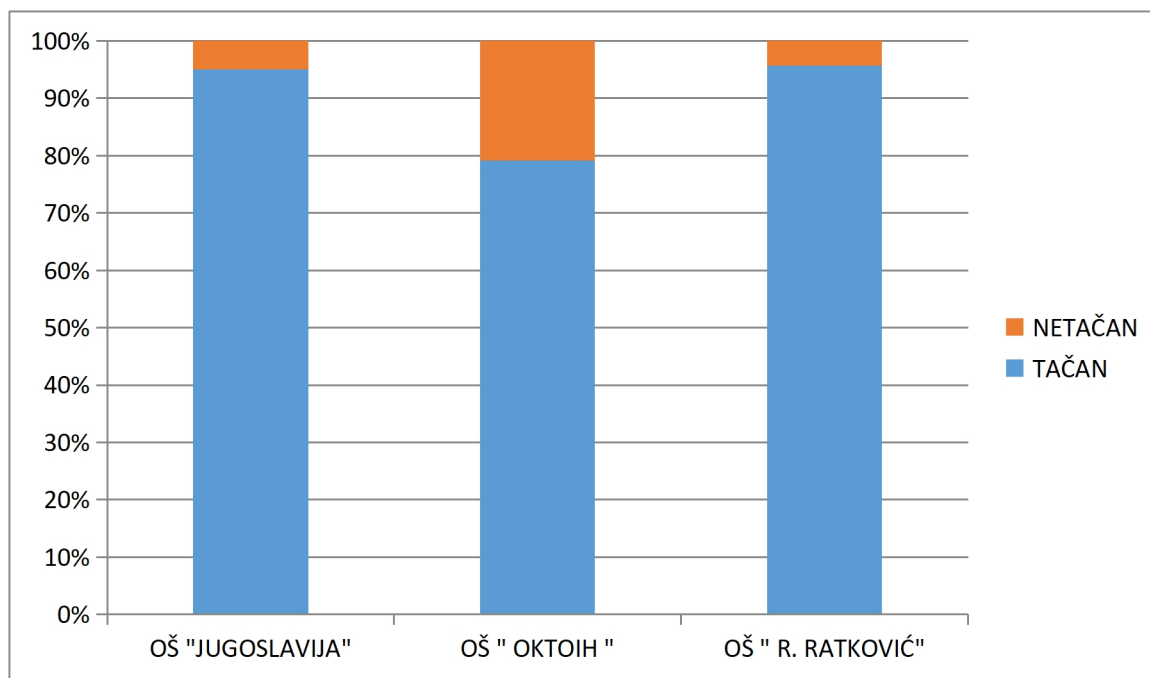
Kupio/la sam trotinet za 35 € i dao/la sam 3 novčanice.

Koje sam novčanice dao/la? Nacrtaj.



DRUGI RAZRED	TAČAN		NETAČAN		UKUPNO	
OŠ „Jugoslavija” II 3	15	75%	5	25%	20	100%
OŠ „Oktoih” II 3	19	79,17%	5	20,83%	24	100%
OŠ „Risto Ratković” II 1	22	95,66%	1	4,34%	23	100%

Tabela 16



Dijagram 20

Iz tabele i dijagrama vidimo da je treći zadatak tačno uradilo 60 učenika. U OŠ „Jugoslavija” njih 95 % tačno je uradilo zadatak, u OŠ „Oktoih” 79,17 %, a u OŠ „Risto Ratković” tačno je uradilo zadatak 95,66 %. Sedam učenika je netačno uradilo zadatak. Zaključujemo da su učenici drugog razreda uspješno riješili treći problemski zadatak.

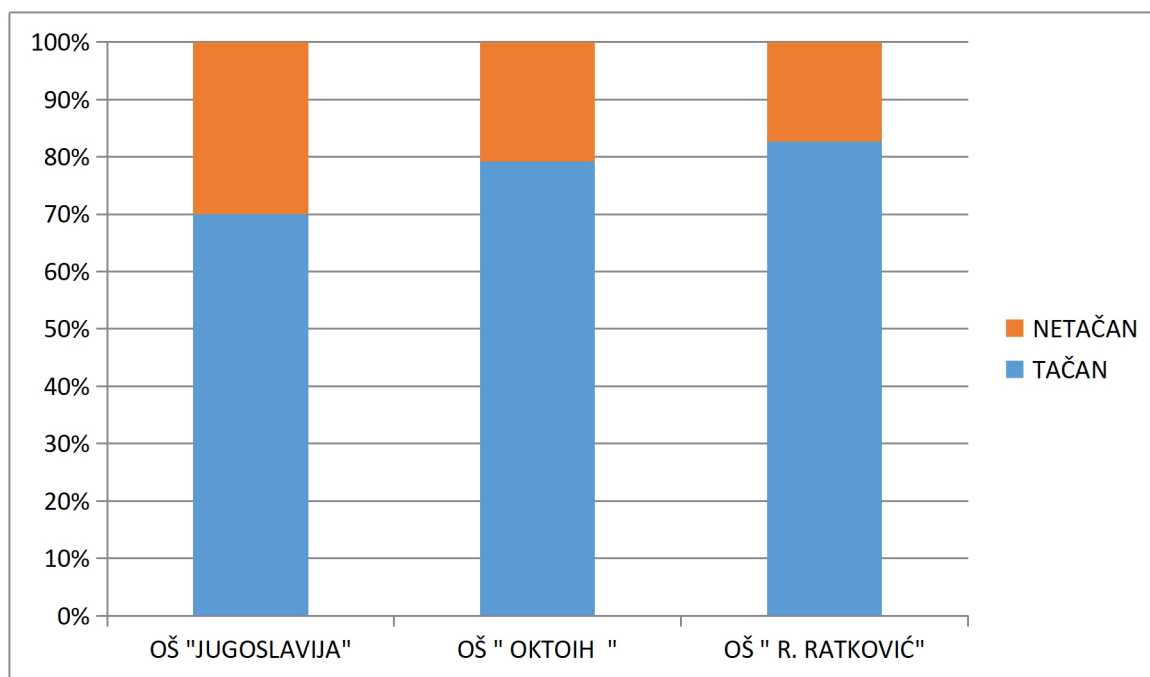
4. zadatak u nastavnom listiću glasi:



Na tri grane je ukupno 29 ptica.
Na prvoj grani ima 12 ptica, na drugoj 13.
Koliko ptica ima na trećoj grani?

DRUGI RAZRED	TAČAN		NETAČAN		UKUPNO	
OŠ „Jugoslavija“ II 3	14	70%	6	30%	20	100%
OŠ „Oktoih“ II 3	19	79,17%	5	20,83%	24	100%
OŠ „Risto Ratković“ II 1	19	82,60%	4	17,40%	23	100%

Tabela 17



Dijagram 21

Na osnovu dobijenih rezultata vidimo da su četvrti zadatak tačno uradila 52 učenika. U OŠ „Jugoslavija” 70 % je tačno uradilo zadatak, u OŠ „Oktoih” njih 79,17 %, dok je u OŠ „Risto Ratković” tačno uradilo zadatak 82,60 %. Petnaest učenika je netačno uradilo zadatak. Na osnovu ovih rezultata možemo zaključiti da su učenici drugog razreda uspješno riješili četvrti problemski zadatak. Treba istaći da je ovaj zadatak zahtijevao u potpunosti proces mišljenja, kreativnost i smisao za istraživanje.

U trećem razredu testirano je 70 učenika/učenica.

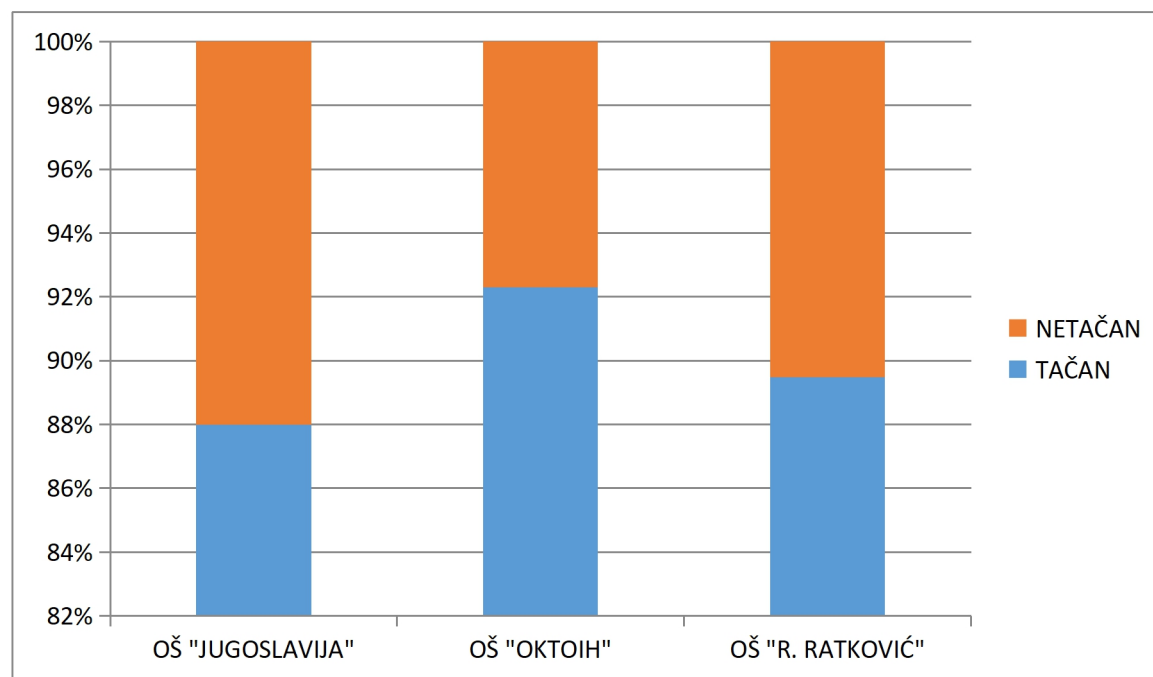
1. zadatak u nastavnom listiću glasi:

Sara je zamislila najmanji broj 8. desetice i njemu je dodala najveći parni broj 2. desetice.

Koji broj je zamislila Sara?

TREĆI RAZRED	TAČAN		NETAČAN		UKUPNO	
OŠ „Jugoslavija“ III 1	22	88%	3	12%	25	100%
OŠ „Oktoih“ III 7	24	92,30%	2	7,70%	26	100%
OŠ „Risto Ratković“ III 2	17	89,48%	2	10,52%	19	100%

Tabela 18



Dijagram 22

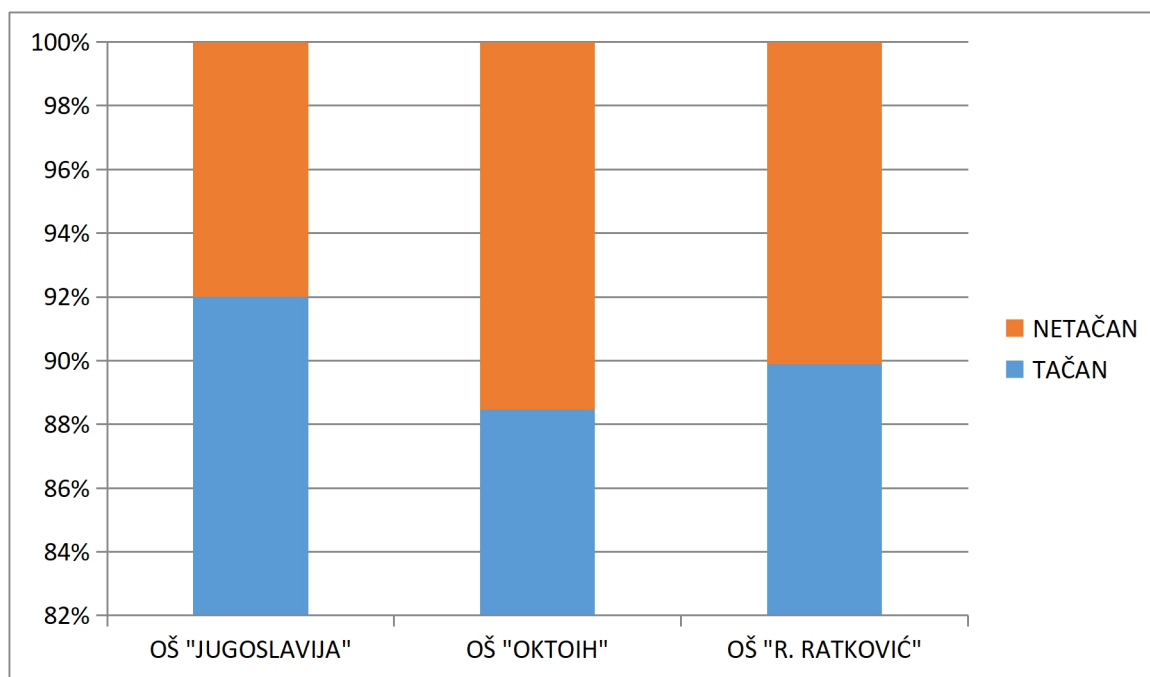
Iz dobijenih rezultata vidimo da su prvi zadatak tačno uradila 63 učenika. U OŠ „Jugoslavija” 88% tačno je uradilo zadatak, u OŠ „Oktoih” njih 92,30 % i u OŠ „Risto Ratković” tačno je uradilo zadatak 89,40%. Sedam učenika je netačno uradilo zadatak. Statistički podaci upućuju na zaključak da su učenici trećeg razreda uspješno riješili prvi problemski zadatak.

2. zadatak u nastavnom listiću glasi:

Mama ima 35 godina. Tata je 5 godina stariji od mame, a sin je 8 puta mlađi od tate. Koliko godina ima sin?

TREĆI RAZRED	TAČAN		NETAČAN		UKUPNO	
OŠ "Jugoslavija" III 1	23	92%	2	8%	25	100%
OŠ "Oktoih" III 7	23	88,47%	3	11,53%	26	100%
OŠ "Risto Ratković" III 2	16	84,21%	3	15,79%	19	100%

Tabela 19



Dijagram 23

Iz tabele i dijagrama vidimo da su drugi zadatak tačno uradila 62 učenika od testiranih 70. U OŠ „Jugoslavija” 92 % tačno je uradilo zadatak, u OŠ „Oktoih” 88,47 % i u OŠ „Risto Ratković” 84,21%. Osam učenika je netačno uradilo zadatak. Na osnovu ovih rezultata možemo zaključiti da su učenici trećeg razreda uspješno riješili drugi problemski zadatak.

3. zadatak u nastavnom listiću glasi:

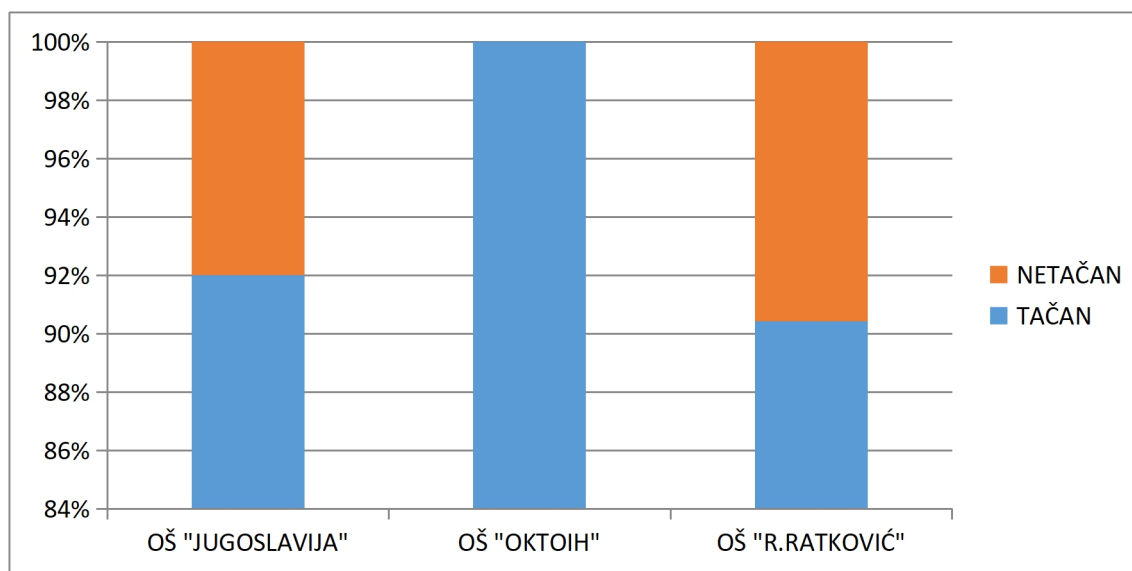


Teniski turnir počinje u četvrtak i traje 10 dana.

Kog dana je završen turnir?

TREĆI RAZRED	TAČAN		NETAČAN		UKUPNO	
OŠ „Jugoslavija“ III 1	23	92%	2	8%	25	100%
OŠ „Oktoih“ III 7	26	100%	0	0%	26	100%
OŠ „Risto Ratković“ III 2	17	89,48%	2	10,52%	19	100%

Tabela 20



Dijagram 24

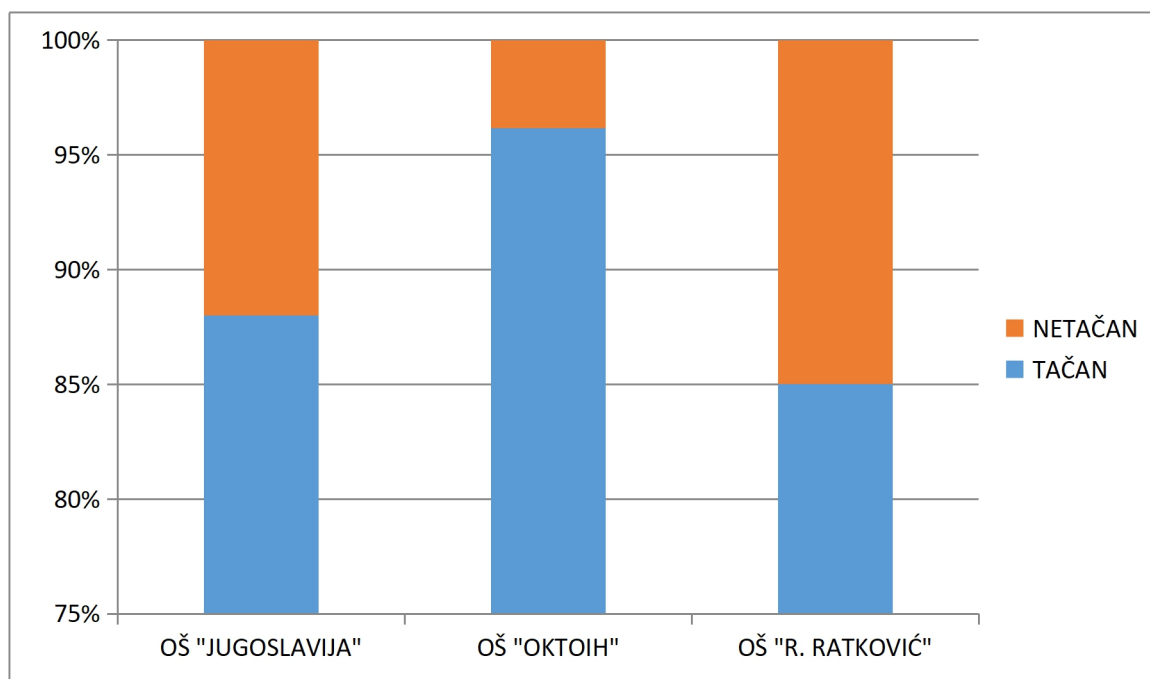
Dobijeni rezultati pokazuju da je treći zadatak tačno uradilo 66 od 70 testiranih učenika . U OŠ „Jugoslavija” 92 %, u OŠ „Oktoih” 100 % i u OŠ „Risto Ratković” tačno je uradilo zadatak 89,48 % . Četiri učenika su netačno uradila zadatak. Na osnovu prikazanog možemo zaključiti da su učenici trećeg razreda uspješno riješili treći problemski zadatak.

4. zadatak u nastavnom listiću glasi:

Radnici su prvog dana iskopali 30 metara kanala. Drugog dana su iskopali 25 metara više nego prvog dana, a trećeg 15 metara manje nego prvog dana. Koliko su metara kanala radnici iskopali?

TREĆI RAZRED	TAČAN		NETAČAN		UKUPNO	
OŠ „Jugoslavija“ III 1	22	88%	3	12%	25	100%
OŠ „Oktoih” III 7	25	96,15%	1	3,85%	26	100%
OŠ „Risto Ratković” III 2	17	89,48%	2	10,52%	19	100%

Tabela 21



Dijagram 25

Na osnovu dobijenih rezultata konstatujemo da su četvrti zadatak tačno uradila 64 učenika. U OŠ „Jugoslavija” 88 % tačno je uradilo zadatak, u OŠ „Oktoih” njih 96,15% dok je u OŠ „Risto Ratković” tačno uradilo zadatak 89,48%. Sedam učenika je netačno uradilo zadatak. Zaključujemo da su učenici trećeg razreda uspješno riješili četvrti problemski zadatak.

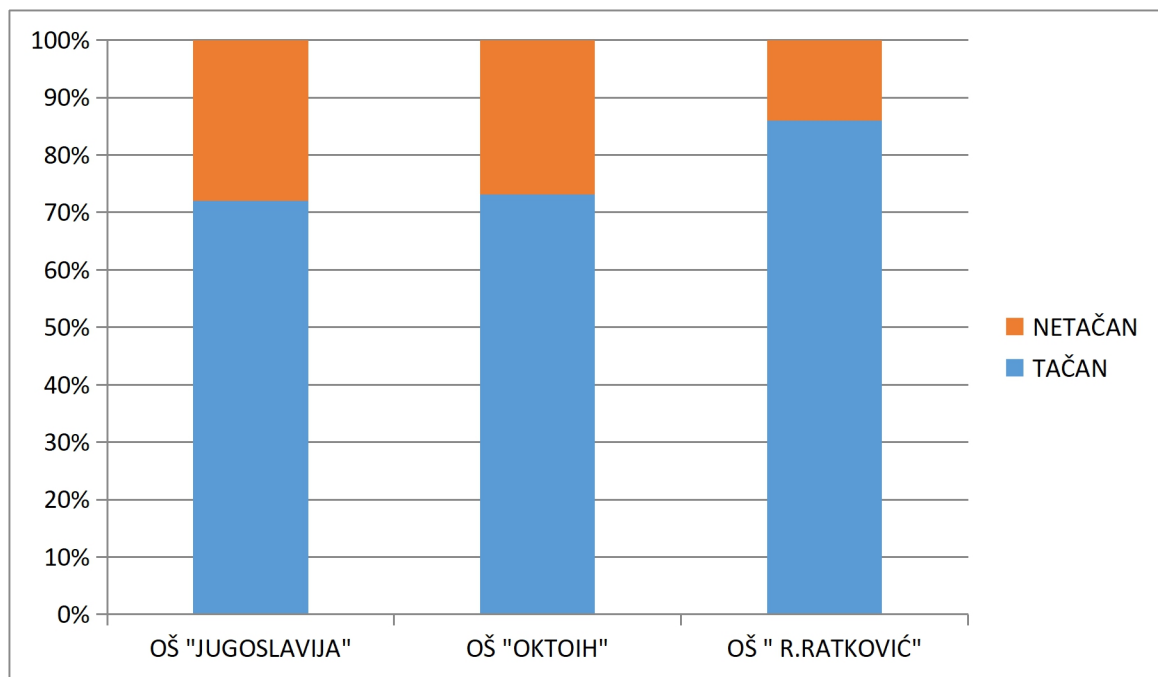
5. zadatak u nastavnom listiću glasi:

U kesi su 72 balona. Svaki deveti balon je crveni. Plavih je 6 puta više nego crvenih, a preostali su žuti.

Koliko je žutih balona?

	TAČAN		NETAČAN		UKUPNO	
	Broj	Postotak	Broj	Postotak	Broj	Postotak
OŠ "Jugoslavija" III 1	18	72%	7	28%	25	100%
OŠ "Oktoih" III 7	19	73,08%	7	26,92%	26	100%
OŠ "Risto Ratković" III 2	11	57,90%	8	42,10%	19	100%

Tabela 22



Dijagram 26

Iz tabele i dijagrama vidimo da je peti zadatak 48 učenika tačno uradilo zadatak. U OŠ „Jugoslavija” 72%, u OŠ „Oktoih” 73,08% i u OŠ „Risto Ratković” tačno je uradilo zadatak 57,90%. Dvadeset dva učenika su netačno uradila zadatak. Uprkos činjenici da veliki broj učenika nije imao uspjeha u rješavanju ovog zadatka, možemo zaključiti da su učenici trećeg razreda uspješno riješili peti problemski zadatak, jer je ovaj zadatak imao veliki uticaj na transfer znanja i sposobnosti i poučavao je učenike metodama istraživanja.

Na osnovu datih odgovora anketiranih 150 učitelja/ učiteljica da nastavu problemskog tipa mogu uspješno da prate učenici slabijeg znanja potvrdila su 84 učitelja/učiteljice, odnosno njih 56%, dok njih 66, odnosno 44%, smatra da nastavu problemskog tipa ne mogu uspješno da prate učenici slabijeg znanja. Međutim, rezultati testiranih 200 učenika potvrđuju tvrdnju 66, odnosno 44% učitelja, da nastavu problemskog tipa ne mogu uspješno da prate učenici slabijeg znanja.

Rezultat testiranja učenika pokazuje da učenici/učenice prvog, drugog i trećeg razreda, iz sve tri crnogorske regije, uspješno rješavaju problemske zadatke.

Anketa je pokazala da učitelji/učiteljice: planiraju nastavne sadržaje na problemski način; posebno se pripremaju za njenu realizaciju; organizuju etapno rješavanje problemskih zadataka; vrše evaluaciju nakon časova problemske nastave i da uzimaju u obzir različite aktivnosti u koje su uključeni učenici prilikom rješavanja problemskih zadataka.

ZAKLJUČAK

Predmet istraživanja je bio fokusiran na uspješnost rješavanja problemskih zadataka u početnoj nastavi matematike.

Ovaj rad se sastoji iz teorijskog i empirijskog dijela.

- U teorijskom dijelu sam se bazirala na objašnjenja o razvoju problemske nastave, njenoj suštini, fazama i mogućnostima njene primjene pri rješavanju problemskih zadataka u nastavi matematike, kao i metodičkom pristupu datoj temi.
- Empirijski dio se odnosi na utvrđivanje stepena upoznatosti učitelja/učiteljica sa problemskom nastavom i njenim mogućnostima, pripremanju učitelja/učiteljica za primjenu ove nastave, kao i o njihovom mišljenju o ovom vidu nastave.

Cilj ovog istraživanja je bio da se utvrdi u kojoj mjeri učitelji po razredima planiraju i realizuju rješavanje problemskih zadataka u početnoj nastavi matematike i na osnovu toga uporediti dobijene rezultate sa rezultatima uspješnog rješavanja problemskih zadataka od strane učenika.

Nakon analize i interpretacije podataka, došla sam do sljedećih zaključaka:

1. Učitelji/učiteljice planiraju časove matematike u kojima primjenjuju problemski model nastave.
2. Na osnovu odgovora koje su dali anketirani učitelji/učiteljice, možemo reći da se oni posebno pripremaju za primjenu problemske nastave u početnoj nastavi matematike.
3. Učitelji/učiteljice organizuju etapno rješavanje problemskih zadataka u početnoj nastavi matematike.
4. Na osnovu odgovora koje su dali anketirani učitelji/učiteljice, možemo zaključiti da oni kontrolišu rješavanje problemskih zadataka u početnoj nastavi matematike.
5. Testirani učenici prvog, drugog i trećeg razreda uspješno rješavaju problemske zadatke iz matematike.

Sumirajući sve raspoložive stavove i argumente došla sam do zaključka da se osnovna hipoteza koja glasi: *Pretpostavlja se da učitelji ne vrše stalnu primjenu planiranja i realizovanja problemskih zadataka u početnoj nastavi matematike*, može odbaciti.

Ovim radom sam istakla karakteristike i značaj problemske nastave. Razvijanje intelektualnih sposobnosti učenika u početnoj nastavi matematike, realizuje se prije svega osposobljavanjem učenika da problemski zadatak riješe na više načina, kao što su testirani učenici i uradili. Učenicima treba animirati sva čula, nastavu učiniti intresantnom i što više ih podsticati na rad.

Istraživanjem sam pokazala da se rješavanje problemskih zadataka u početnoj nastavi matematike primjenjuje. Nastavni predmet matematika u prvom, drugom i trećem razredu osnovne škole je pogodan za primjenu problemske nastave jer djeca ovog uzrasta vole interesantne problemske zadatke koje rješavaju kroz razne matematičke igre.

Mišljenja sam da učitelji/učiteljice svojim radom mogu doprinijeti brojnijem rješavanju problemskih zadataka kroz proces stvaralačkog mišljenja učenika upoznavajući ih, pružanjem dodatne pomoći, instrukcijama, motivisanjem i sl. Djetetu je neophodna pomoć da ispolji svoju originalnost, da otkrije sopstvene stvaralačke sposobnosti i treba mu je pružiti.

Savremeno obrazovanje treba da razvija snalaženje u vankontekstnim situacijama, da se umne sposobnosti, koje ne proizilaze iz stare, poznate matrice, po volji stave u službu rješavanja novog problema, da se uči putem otkrivanja i rješavanja problemskih zadataka.

Nastava problemskog tipa je važna i za vaspitni i za obrazovni razvoj učenika i treba je češće realizovati.

LITERATURA

1. Arsić, M. (1995). *Obrazovanje putem rešavanja problema*. Beograd: Agena, 17.
2. Bakovljević, M. (1982). *Misaona aktivnost učenika u nastavi*. Beograd: Prosveta, 163.
3. Bašić, M. i Radonjić, S. (1992). *Metodika nastave biologije*. Podgorica: NIP Pobjeda, 95 – 96 .
4. Bogdanović, Z. (2012). *Modelski pristup postavljanju i rešavanju problemskih zadataka*. Bijeljina: Pedagoški fakultet, 12.
5. Bogdanović, Z. (2013). Strategije rešavanja matematičkih zadataka u nižim razredima osnovne škole. Stručni rad. U: *Istraživanje matematičkog obrazovanja*. Vol. V (2013), Broj 8, 68.
6. Brković, A. (2011). *Razvojna psihologija*. Čačak: Regionalni centar za profesionalni razvoj zaposlenih u obrazovanju, 17.
7. Cjelovita kurikularna reforma (2016). Nacionalni kurikulum za osnovnoškolski odgoj i obrazovanje. Zagreb: Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 8.
<<https://mzo.ggov.hr/UserDoksimages/dokumenti/Obrazovanje/NacionalniKurikulum> 15. 02. 2023. u 9:30.
8. Cjelovita kurikularna reforma (2016). Nacionalni kurikulum nastavnog predmeta matematike. Zagreb: Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 5.
<<https://mzo.ggov.hr/UserDoksimages/dokumenti/Obrazovanje/NacionalniKurikulum> 15. 02. 2023. u 10:00.
9. Čivović, S. i Radunović, T. (2016). Problemska nastava kao vid aktivnog učenja. U: *Vaspitanje i obrazovanje: Časopis za pedagošku teoriju i praksu*. UDK-37, Podgorica: ZUNS, 253.
10. Damjanović, R. (2006). *Leksikon pedagoško-psiholoških pojmova i izraza*. Podgorica: ZUNS, 164.
11. Danilović, M. (1998). *Tehnologija učenja i nastava*. Zrnanjanin: Tehnički fakultet *Mihailo Pupin* i Beograd: Institut za pedagoška istraživanja, 148 – 151.

12. Dejić, M. i Egerić, M. (2003). *Metodika nastave matematike*. Jagodina: Učiteljski fakultet 338 – 339.
13. Đorđević, J. (1981). *Savremena nastavna knjiga*. Beograd: Naučna knjiga, 185.
14. Gajić, O. (2002). Pregled značajnih istraživanja o učenju putem rješavanja problema u nastavi književnosti. U: *Godišnjak Filozofskog fakulteta u Novom Sadu*, br. 30. Novi Sad: Filozofski fakultet, 296-297.
15. Horvat, Z. (2019). *Didaktičko-metodičke kompetencije nastavnika matematike*. Doktorska disertacija. Zagreb: Filozofski fakultet, 79-81.
16. Ivić, I. (1997). *Aktivno učenje*. Beograd: Institut za pedagogiju, 17.
17. Ivić, Ivan, Pešikan, A. i Antić, S. (2001). *Aktivno učenje*. Priručnik za primenu metoda aktivnog učenja. Beograd: Institut za psihologiju, 17.
18. Kolar, Manfreda, V. (2020). *Analiza strategija pri rješavanju matematičkih problema*. U: *Hrčak 2*, (94). Zagreb, 152.
19. Kos, D. i Glasnović Gracin, D. (2014). Problematika tekstualnih zadataka. U: *Matematika i škola*. 14, (66), Zagreb. 5 – 8.
<<https://mis.element.hr/> 23. 02.2023. 12:15.
20. Kovačević, P. (2012): Komunikacija i interakcija u nastavi matematike. U: *Norma*, 2 (17). Novi Sad: Univerzitet i Sombor: Pedagoški fakultet. 173.
21. Zdravko Kurnik,(2002). Problemska nastava. Zagreb,197
<<https://mis.elementi.hr/fajli/260/15-02.pdf>. 15. 5. 2023. 15:00.
22. Laketa, N. i Vasiljević, D. (2006). *Osnove didaktike*. Užice: Učiteljski fakultet, 156 – 157, 163 – 164.
23. Lazović, Branko (1999). Učenje putem rješavanja u nastavi. *Vaspitanje i obrazovanje: Časopis za pedagošku teoriju i praksu*. Podgorica: ZUNS, 93.
24. Maričić, S. i Špijunović, K. (2013). Identifikacija učenika potencijalno darovitih za matematiku u mlađim razredima osnovne škole. U: *Zbornik radova Učiteljskog fakulteta u Užicu*. Vol.16 No.15. Užice: Filozofski fakultet, 39.
25. Marković, Đ. (2008). *Novi pogled na metodiku nastave matematike*. Podgorica: Unireks, 28.
26. Marković, Đ. (2010). *Metodika nastave matematike*. Podgorica: Unireks, 25, 307.

27. Mijanović, N. (2001). Problemsko učenje kao faktor osavremenjavanja nastave. *Vaspitanje i obrazovanje: Časopis za pedagošku teoriju i praksu*. br.3. Podgorica: ZUNS, 96.
28. Mijanović, N. (2001). Problemsko učenje kao faktor osavremenjavanja nastave. U: *Vaspitanje i obrazovanje: Časopis za pedagošku teoriju i praksu*. br.3. Podgorica, 95 – 96. (Preuzeto od: Ničković, R. (1984), str. 93 – 94.)
29. Ničković, R. (1970). *Učenje putem rješavanja problema u nastavi*, Beograd: Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, 125 – 139.
30. Ničković, R. (1978). *Učenje putem rješavanja problema u nastavi*. Beograd: Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, 84-85.
31. Ničković, R. (1984). Problemska nastava kao kompleksni didaktički sistem. *Inovacije u nastavi* br.2. Beograd, 93.
32. Petrović, Stanoje, Martić, J. i Petković, M. (1997). *Didaktičko-matematički priručnik (za nastavu matematike od V do VIII razreda osnovne škole)*, 9. Beograd: Zavod za udžbenike.
33. Polya, G. (1966). *Kako ću riješiti matematički zadatak*. Zagreb: Školska knjiga, 4.
34. Potkonjak, N. i Šimleša, P. (1989). *Pedagoška enciklopedija 1*. Beograd: Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, 255.
35. Prodanović, T. i Ničković, M. (1974). *Didaktika*. Beograd: Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, 101, 358.
36. Prodanović, T. i Ničković, M. (1988). *Didaktika*. Beograd: Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, 137.
37. Prvanović, S. (1970). *Metodika savremene nastave matematike*. Beograd: Zavod za udžbenika i nastavna sredstva, 52.
38. Simister, K. Dž. (2013). *Naučite svoje dijete da razmišlja*. Podgorica: Eduka, 220.
39. Stevanović, B. (1984). *Pedagoška psihologija*. Beograd: Zavod za udžbenika i nastavna sredstva, 63.
40. Teodosić, R. (1970). Problemska nastava. U: *Nastava i vaspitanje*, br. 3. Beograd: Pedagoško društvo Srbije; Univerzitet u Beogradu – Filozofski fakultet i Institut za pedagogiju i andragogiju 259.
41. Vilotijević, M. (1998). *Vrste nastave*. Beograd: Učiteljski fakultet, 74.

42. Vilotijević, M. (1999). *Didaktika (Predmet didaktike)*. Beograd: Učiteljski fakultet, 241.
43. *Žene i muškarci u Crnoj Gori* (2018). Podgorica: Zavod za statistiku Crne Gore, 43.

PRILOZI

Prilog 1

Upitnik za učitelje/učiteljice!

Poštovane kolegice i kolege,

U toku je istraživanje koje se sprovodi za potrebe master rada na temu *Rješavanje problemskih zadataka u početnoj nastavi matematike*. Od posebne važnosti je Vaše mišljenje o ovoj temi, stoga Vas molim da na postavljena pitanja odgovorite iskreno u skladu sa Vašim stavovima.

Anketiranje je anonimno.

Unaprijed hvala na saradnji.

Esmeralda Radonjić,
student master studija

1. Koliko godina radnog staža imate?

- a) 1-5
- b) 6-10
- c) 11-15
- č) 16-20
- ć) 21-25
- d) 26-30
- dž) 31 i više

2. Region u kojem se nalazi škola u kojoj radite je:

- a) Sjeverni region
- b) Centralni region
- c) Južni region

3. Da li organizujete izučavanje nastavnih sadržaja iz matematike na problemski način?

- a) da
- b) ne

4. Smatrate li da bi nastava problemskog tipa u početnoj nastavi matematike trebala stalno da se organizuje?

- a) da
- b) ne

5. Zahtijeva li problemska nastava veću stručnost učitelja/učiteljice?

- a) da
- b) ne

6. Smatrate li da su učiteljima/učiteljicama potrebna dodatna znanja za organizaciju problemskih zadataka?

- a) da
- b) ne

7. Treba li više vremena za pripremu i realizaciju problemske nastave?

- a) da
- b) ne

8. Da li nastavu problemskog tipa mogu uspješno da prate i slabiji učenici?

- a) da
- b) ne

9. Rješavanje problemskih zadataka najčešće organizujete (možete zaokružiti najviše dva odgovora):

- a) na časovima obrade

- b) na časovima provjeravanja znanja učenika
- c) na časovima ponavljanja i sistematizovanja, nakon obrade većih tematskih cjelina

10. Da li detaljno planirate problemske situacije?

- a) uvijek
- b) ponekad
- c) nikad

11. Tokom časa pažljivo pratite rješavanje problemskih situacija?

- a) da
- b) ne

12. Komentarišete li dobijena rješenja?

- a) uvijek
- b) ponekad
- c) nikad

13. Koje kriterijume najčešće uzimate u obzir prilikom izbora problemskih zadataka u početnoj nastavi matematike (zaokružiti najviše tri odgovora)?

- a) koliko je postavljeni problemski zadatak učenicima poznat
- b) koliko je učenicima poznato područje iz kojeg je uzet problemski zadatak
- c) koje je znanje potrebno
- č) da li je težina rješavanja problemskih zadataka primjerena sposobnostima učenika
- ć) koja znanja učenici stiču rješavanjem problemskih zadataka i da li će imati koristi od toga
- d) da li je učenicima poznat postupak rješavanja problemskih zadataka

14. Na šta sve utiče rešavanje problemskih zadataka kod učenika (zaokružiti najviše tri odgovora)?

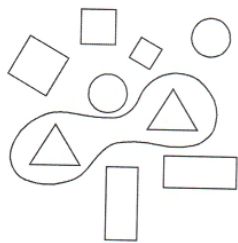
- a) povećanje obima znanja

- b) veća trajnost i primjenljivost stečenog znanja
- c) veća osposobljenost za samostalni rad i učenje
- č) razvoj kritičkog mišljenja
- ć) razvoj stvaralačkog mišljenja
- d) veća motivisanost i zainteresovanost učenika za učenje i nastavu
- dž) veća aktivnost učenika u toku nastavnog časa
- đ) razvoj kolektivnog duha i spremnost za saradnju
- e) pozitivni uticaj na opšti uspjeh učenika

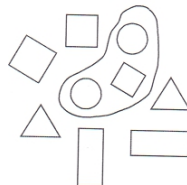
Prilog 2

НАСТАВНИ ЛИСТИЋ (за први разред)

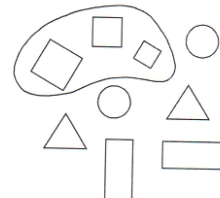
1. НА КОМ ЦРТЕЖУ ЈЕ ЗАОКРУЖЕН СКУП ФИГУРА ИСТОГ ОБЛИКА, А РАЗЛИЧИТИХ ВЕЛИЧИНА? ИСПОД ЊЕГА НАПИШИ √ .



.....

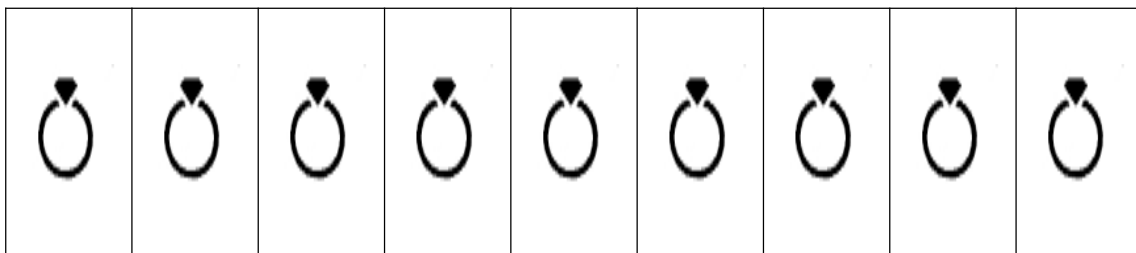


.....



.....

2. У ЈЕДНОМ РЕДУ ЈЕ 9 ПРСТЕНЧИЋА. ОБОЈ ЊИХОВУ УНУТРАШЊОСТ У ЖУТУ И ЗЕЛЕНУ БОЈУ, ТАКО ДА ЗЕЛЕНИХ БУДЕ ЗА 1 ВИШЕ ОД ЖУТИХ.





3. У АУТОБУСУ ЈЕ БИЛО 9 ПУТНИКА. КАДА ЈЕ
ИЗАШЛО НЕКОЛИКО ПУТНИКА У АУТОБУСУ СУ
ОСТАЛА 3 ПУТНИКА. КОЛИКО ЈЕ ПУТНИКА
ИЗАШЛО ИЗ АУТОБУСА?

РАД _____

ОДГОВОР _____

Prilog 3.

НАСТАВНИ ЛИСТИЋ (за други разред)

1. Ако се непознатом броју дода 26, добије се 56. Који је то број?

Р: _____

О: _____

2. Други сабирак је највећи број 5. десетице, а збир је сљедбеник броја 62.
Израчунај први сабирак.

Р: _____

О: _____

3. Купио/ла сам тотинет за 35 € и дао/ла сам 3 новчанице. Које сам новчанице дао/ла? Нацртај.

О: _____



4. На три гране је укупно 29 птица. На првој грани има 12 птица, на другој 13. Колико птица има на трећој грани?

Р: _____

О: _____

Prilog 4.

НАСТАВНИ ЛИСТИЋ (за трећи разред)

1. Сара је замислила најмањи број 8. десетице и њему је додала највећи парани број 2. десетице. Који број је замислила Сара?

Р: _____

О: _____

2. Мама има 35 година. Тата је 5 година старији од маме, а син је 8 пута млађи од тате. Колико година има син?

Р: _____

О: _____



3. Тениски турнир почиње у четвртак и траје 10 дана. Ког дана је завршен турнир?

4. Радници су првог дана ископали 30 метара канала. Другог дана су ископали 25 метара више него првог дана, а трећег 15 метара мање него првог дана.

Колико су метара канала радници ископали?

Први дан _____

Други дан _____

Трећи дан _____

Укупно _____

5. У кеси је 72 балона. Сваки девети балон је црвени. Плавих је 6 пута више него црвених, а преостали су жути. Колико је жутих балона?

Р: _____

О: _____
